

**ВЛИЯНИЕ ДОМЕННОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ НА  
СКОРОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕРМОУПРУГОСТИ  
ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

*Связанные нестационарные задачи термоупругости при решении при помощи МКЭ требуют значительных временных ресурсов. Использование параллелизации вычислительных процессов способствует ускорению процесса решения. В статье рассмотрено влияние методов решения задачи и способа доменной декомпозиции на скорость решения задачи.*

**ДОМЕННАЯ ДЕКОМПОЗИЦИЯ, МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, ПАРАЛЛЕЛИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ**

*Пов'язані нестационарні задачі термопружності при вирішенні за допомогою МКЕ вимагають значних часових ресурсів. Використання паралелізації обчислювальних процесів сприяє прискоренню процесу вирішення. У статті розглянуто вплив методів розв'язання задачі і способу доменної декомпозиції на швидкість рішення задачі.*

**ДОМЕННА ДЕКОМПОЗИЦІЯ, МЕТОД КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ, ПАРАЛЛЕЛІЗАЦІЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ**

*Associated transient thermoelasticity problems at solving by means of the FEM require significant time resources. The use of parallelized computational processes contribute to accelerate the process of solution. In this paper we consider the influence of methods of solving and domain decompositions on the speed of the solution.*

**DOMAIN DECOMPOSITION, FINITE ELEMENT METHOD, PARALLELIZATION OF COMPUTATIONAL PROCESSES**

Метод конечных элементов (МКЭ) является в настоящее время одним из наиболее распространенных методов решения задач математической физики. С его помощью решаются многие задачи, описываемые при помощи дифференциальных уравнений. Он позволяет, проводя дискретизацию континуальных областей, заменить задачи с бесконечным числом степеней свободы на задачи с конечным их числом. Такое число степеней свободы зависит от выбора конечно-элементной (КЭ) дискретизации и в наибольшей степени от количества узлов. Важным фактором является также количество степеней свободы в рассматриваемом узле, а также заданные граничные условия. Развитие вычислительной техники позволяет при помощи МКЭ решать задачи, имеющие миллионы степеней свободы.

Однако наличие нелинейных уравнений, а чаще всего таковыми являются уравнения, описывающие граничные условия или свойства материалов, значительно усложняют процесс решения, который обычно является итеративным. Зачастую такой процесс может оказаться расходящимся, по крайней мере, для большинства нелинейных задач доказательства существования и единственности решения не существует. Кроме того, такие задачи оказываются очень длительными в плане решения и требуют использования суперкомпьютеров. Одним из методов, позволяющих ускорить решение таких задач, является параллелизация вычислительных процессов. Некоторые программные комплексы позволяют

осуществить такой подход. При этом область КЭ дискретизации делится на определенные зоны – домены. Такая операция в литературе называется доменной декомпозицией. Количество доменов должно соответствовать количеству процессоров, на каждом из которых осуществляется отдельный процесс решения задачи для выбранного домена. Затем проводится согласование решений при помощи стыковочных узлов.

Одним из наиболее передовых пакетов ПО, позволяющих осуществлять параллелизацию вычислительных процессов с использованием МКЭ, является MSC.MARC. Это программное обеспечение изначально (с 1965 г.) развивалось исследователями BrownUniversity, как предназначенное для решения нелинейных задач математической физики [1]. Для его коммерческого использования в 1971 г. была создана фирма MARC AnalysisResearchCorporation. В 1999 г. указанная фирма вошла в состав корпорации MSC.Software и стала одним из ее структурных подразделений. Корпорация старается использовать единую концепцию для всего комплекса разрабатываемых программных продуктов, с тем, чтобы существовала возможность проведения вычислений с использованием различных программ и обмена вычислительной информацией между ними. Программный пакет MSC.MARC практически ежегодно обновляется. Вычисления, описанные в данной статье, проводились с использованием версии 2011 (номер версии не всегда соответствует году разработки).

Рассмотрим задачу, связанную с определением поля температур при сухом кулоновском трении во фрикционном гасителе колебаний. Указанная задача была рассмотрена ранее в публикации [2]. Опишем только основные вопросы, связанные с постановкой задачи. Основными деталями фрикционного гасителя колебаний вагонов являются цилиндрическая втулка и 6 сухарей. Наружная поверхность втулки обработана так, чтобы ее поверхность была в форме шестигранной призмы. Сухари прижимаются к втулке при помощи нажимных колец, в то время как втулка имеет возможность вертикального перемещения относительно сухарей. Симметричность задачи позволила рассматривать только ее 1/12 часть. На рис. 1 показаны контактные тела (специфический термин ПО MSC.MARC), при взаимодействии которых на контактной поверхности происходит генерация тепла при вертикальном перемещении втулки (показано на рисунке двойной стрелкой).

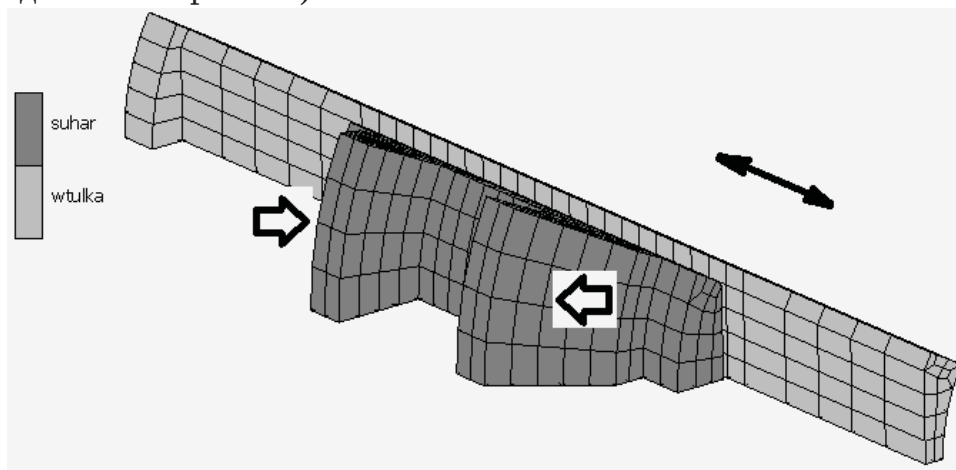


Рис. 1. Контактные тела в рассматриваемой задаче

На конические поверхности выступов в сухарях передается усилие со стороны нажимных колец. На рис. 1 последние не показаны. Предварительно была решена дополнительная задача, которая позволила выяснить распределение контактных напряжений в данных зонах контакта. Для упрощения решения, с тем чтобы уменьшить количество контактных тел и контактных поверхностей, а наличие таковых существенно влияет на время счета задачи, определенные заранее контактные напряжения заменялись распределенными давлениями на конических поверхностях. Две белые стрелки на рис. 1 показывают этот вид воздействия на сухари. На рис. 2 показаны заданные в задаче граничные условия.

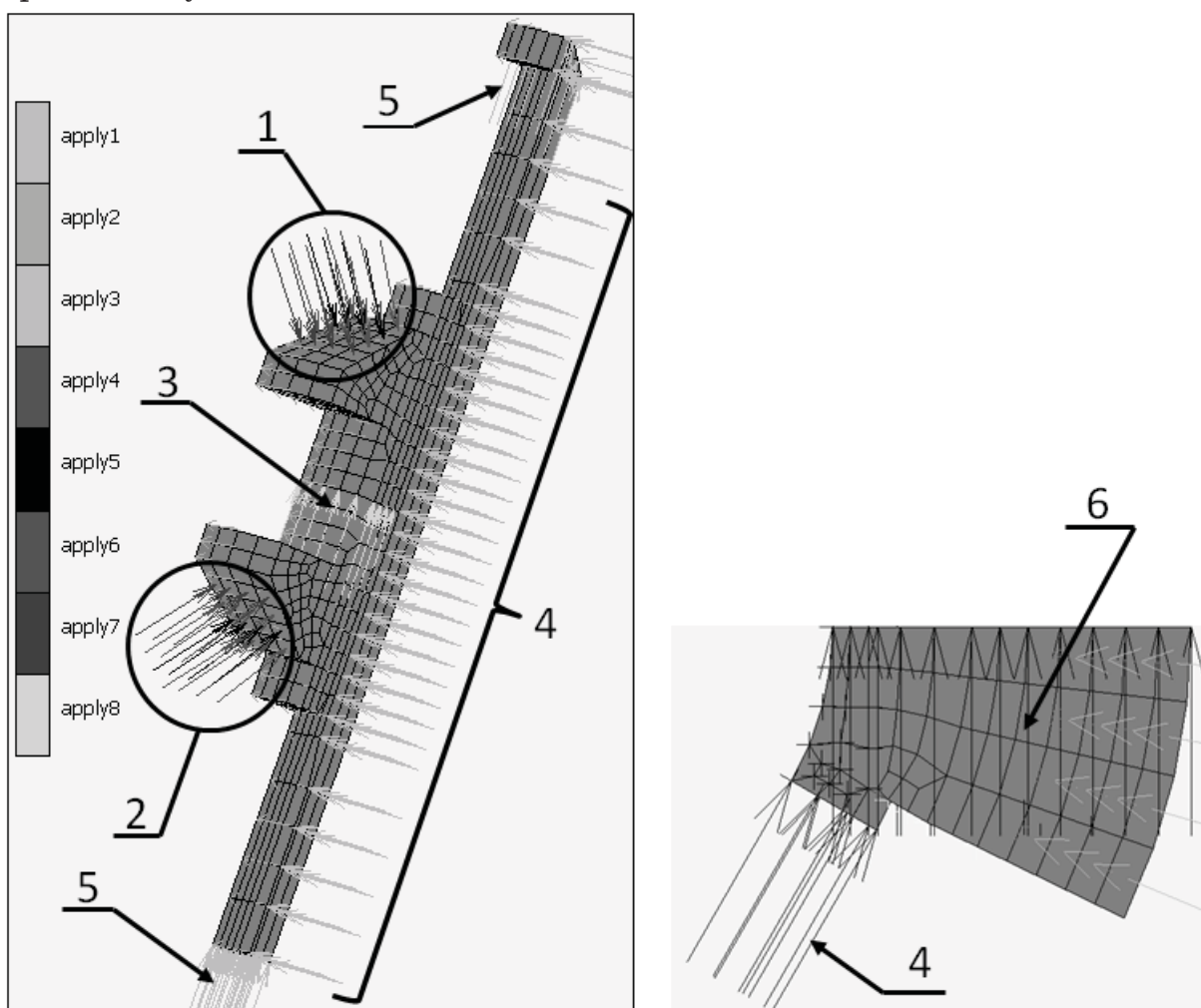


Рис. 2. Рассматриваемые граничные условия

В задаче были заданы 8 групп граничных условий (apply1-apply8). На рис. 1 группа 1 моделирует нажатие верхнего нажимного кольца на коническую поверхность верхнего выступа сухаря, группа 2 моделирует аналогичное воздействие со стороны нижнего нажимного кольца на коническую поверхность нижнего выступа. Группа 3 ограничивает вертикальное перемещение срединных узлов сухаря. Группы 4 и 6 ограничивают окружные перемещения узлов в двух радиальных сечениях втулки, а также в плоскости разреза сухаря (его плоскости симметрии). И,

наконец, граничные условия 5 были переменными. Задавалась функциональная временная зависимость для вертикального перемещения втулки, которая должна была в какой-то степени отразить вертикальные колебания тележки вагона при движении по железнодорожному пути со стыковыми неровностями, повторяющимися каждые 25 метров.

Описанная задача относилась к классу нестационарных связанных задач термоупругости. Рассматривалось время 30 с, при этом шаг интегрирования был принят равным 0,015 с. Вне зависимости от метода решения задачи, способа декомпозиции или количества процессоров решения привели к тем же самым результатам, что касается распределения температур или напряжений. Однако время расчета различалось весьма существенно. Эти результаты были приведены в табл. 1, где проведено сравнение времени расчета задачи с использованием пакета MSC.MARC 2011 для разных расчетных схем. Основным результатом расчетов показывает, что наибольшее влияние на скорость решения задачи оказывает выбор метода решения систем уравнений. Все расчеты проводились на компьютере (ноутбуке) с процессором Intel Core 2 Quad Q9000 2,0 ГГц и оперативной памятью 4,0 Гб, из которых доступно 3 Гб при работе с системой Windows 7.

Наиболее важный результат был связан с выбором метода решения, что не зависело от параллелизации процесса вычислений. Были рассмотрены 3 метода решения системы уравнений: 1 - DirectProfile; 2 - MultifrontalSparse; 3 - IterativeSparse. Оказалось, что использование первого метода решения, рекомендованного по умолчанию, для данной задачи является наиболее худшим вариантом. При использовании одного процессора второй метод дает выигрыш в скорости решения в 4,5 раза. Преимущество третьего метода еще выше.

Тем не менее, неудовлетворительность использования первого метода является еще более разительной при использовании параллельных вычислений. Было рассмотрено 4 способа доменной декомпозиции для двух параллельных процессов. На рис. 3 приведены варианты декомпозиции (деления) на домены, использованные для решения на двух процессорах. ПО MSC.MARC позволяет проводить декомпозицию как в ручном режиме, так и в автоматическом. В частности, на рис. 3а представлена декомпозиция, при которой домены совпадают с контактными телами; рис. 3б использует автоматическую декомпозицию по методу MetisBest, разработанному в University of Minnesota; рис. 3с использует ручную декомпозицию, при которой КЭ сетки рассматриваемых деталей делились приблизительно пополам; и наконец, на рис. 3д показана неравномерная декомпозиция, при которой первый домен был значительно меньше второго.

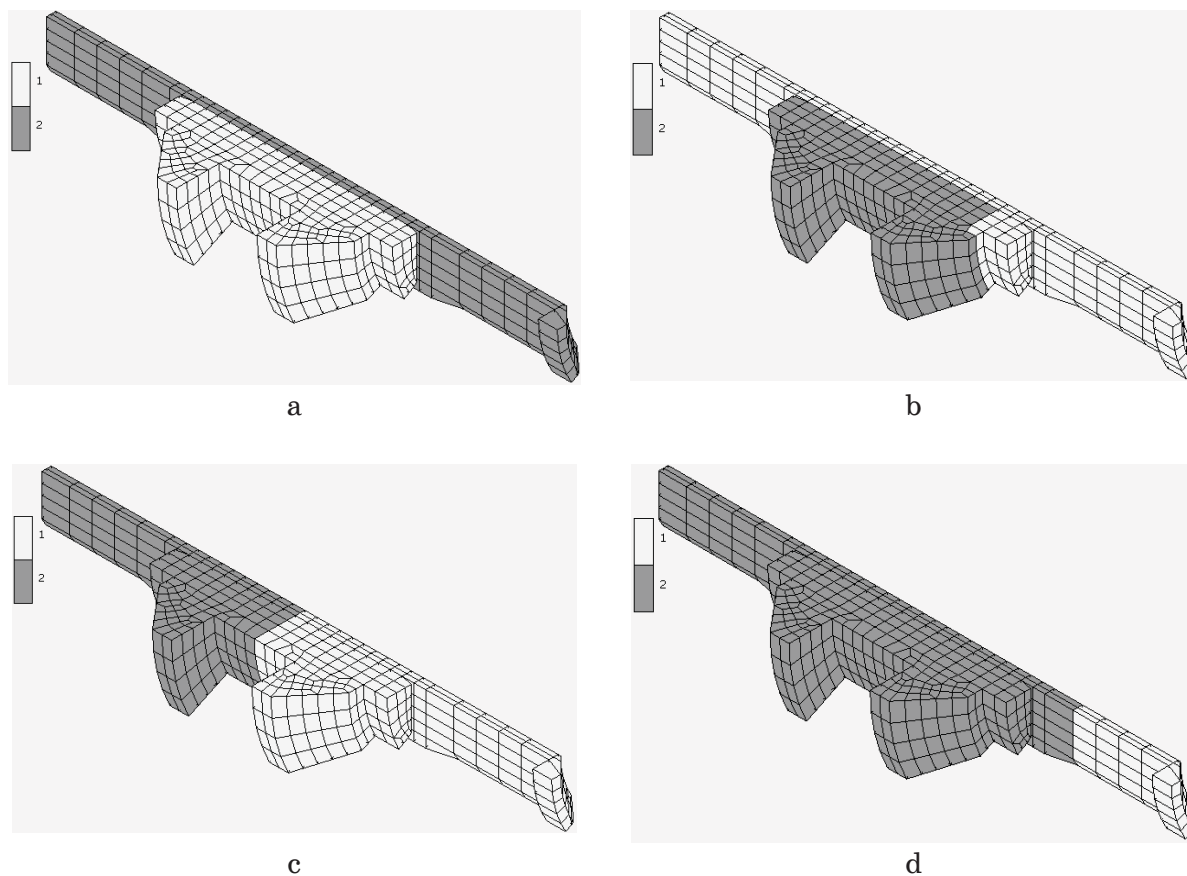


Рис. 3. Способы доменной декомпозиции для решения с использованием 2 процессоров

Аналогичные исследования проводились для решения с использованием 3 и 4 процессоров. На рис. 3 и 4 представлены использованные способы доменной декомпозиции для соответствующего количества процессоров.

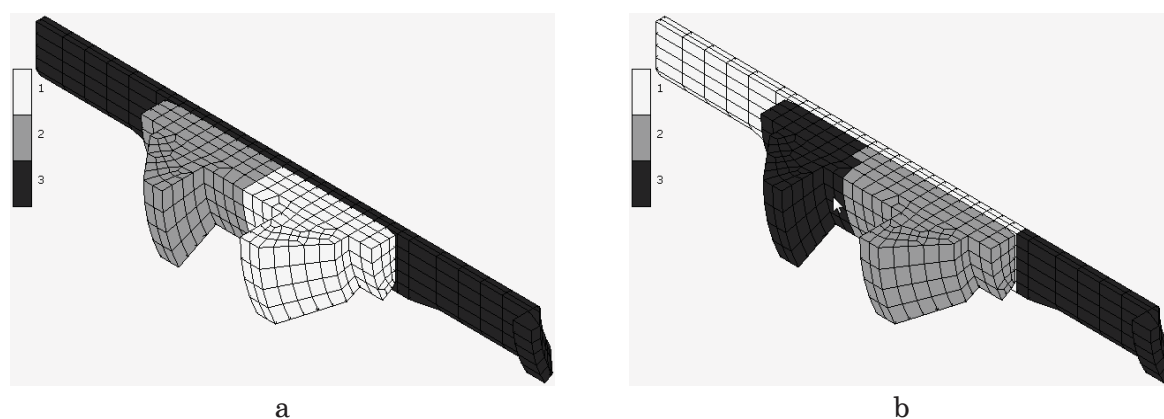


Рис. 4. Способы доменной декомпозиции для решения с использованием 3 процессоров



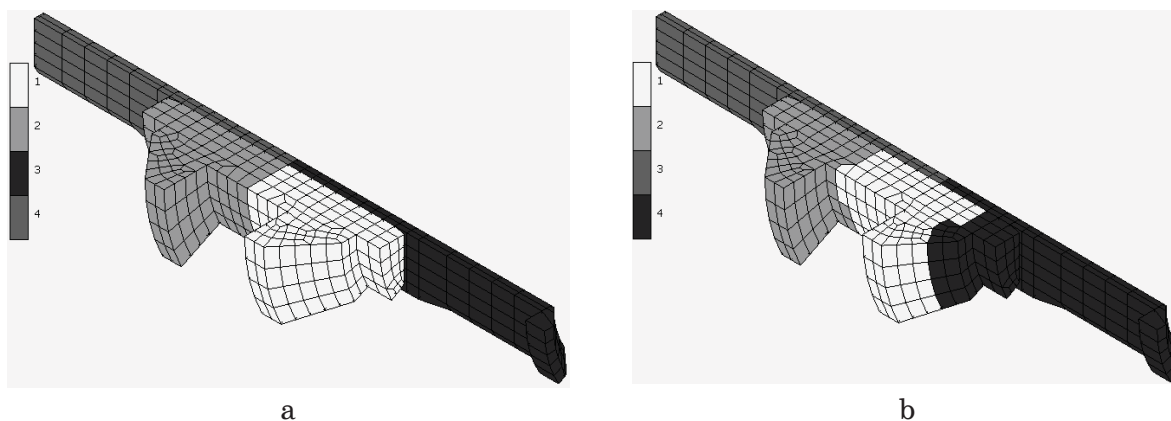


Рис. 5. Способы доменной декомпозиции для решения с использованием 4 процессоров

Таблица 1

Сравнение результатов расчета при помощи различных способов решения, методов доменной декомпозиции и количества процессоров

Количество процессоров (доменов)	Номер рисунка	Количество элементов в домене (номер домена – количество узлов)	Количество стыковочных узлов	Время расчета (с) для каждого из методов		
				1	2	3
1	1	1095	0	13536	3008	2940
2	3a	1-628, 2-467	0	21611	3138	1937
	3b	1-532, 2-563	47	22137	3137	1936
	3c	1-557, 2-538	50	23272	3127	1906
	3d	1-75, 2-1020	22	21605	3043	1907
3	4a	1-314, 2-314, 3-457	28	13849	2230	1328
	4b	1-364, 2-365, 3-366	56	13460	2628	1332
4	5a	1-314, 2-314, 3-243, 4-224	50	20543	2314	1258
	5b	1-273, 2-274, 3-274, 4-274	105	20489	2358	1243

В результате проведенных исследований можно было сделать вывод, что способ доменной декомпозиции в малой степени влияет на скорость решения задач при проведении параллелизации вычислений. С другой стороны, в максимальной степени скорость вычислений зависит от выбора метода решения. Так использование метода IterativeSparse для четырех параллельных процессов позволяет сократить время решения по сравнению с аналогичным решением при помощи метода DirectProfile в 16,5 раз. При этом еще раз следует подчеркнуть, что выбор метода решения по умолчанию оказывается совершенно не оправданным.

### ЛИТЕРАТУРА

1. ComputerProgramsfortheFiniteElementMethod. <http://www.fkm.utm.my/~nazrikh/smj4163/marc.htm> (04.03.2012).
2. Śladkowski, A. Rozwiązanie problemu termosprężystości dla współpracy kontaktowej elementów ciernego tłumika drgań / A. Śladkowski, L. Gubachova // I Kongres Mechaniki Polskiej. Materiałykongresowe. –Warszawa, 2007. – 8 s. (CD).

Отримано 20.12.2011 р.