

УДК 622.647.82:51.001.57

Р.В. Кирия, Т.Ф. Мищенко, Ю.В. Бабенко

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ
АККУМУЛИРУЮЩЕГО БУНКЕРА В РЕЖИМЕ ПОДДЕРЖАНИЯ В
НЕМ ОБЪЕМА ГРУЗА В ЗАДАНЫХ ПРЕДЕЛАХ**

На основании кусочно-марковских процессов с непрерывным временем и дискретным состоянием разработана математическая модель функционирования аккумулярующего бункера в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах. Получена зависимость среднего объема груза в бункере от производительности питателя. Результаты аналитических исследований достаточно хорошо совпадают с результатами имитационного моделирования.

Ключевые слова: АККУМУЛИРУЮЩИЙ БУНКЕР, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, РЕЖИМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ, ОБЪЕМ ГРУЗА, ЛЕНТОЧНЫЙ КОНВЕЙЕР УГОЛЬНОЙ ШАХТЫ.

На основі кусково-марківських процесів з безперервним часом і дискретним станом розроблено математичну модель функціонування акумулюючих бункерів в режимі підтримки в ньому об'єму вантажу в заданих межах. Одержано залежність середнього об'єму вантажу в бункері від продуктивності живильника. Результати аналітичних досліджень достатньо добре співпадають з результатами імітаційного моделювання.

Ключові слова: АКУМУЛЮЮЧИЙ БУНКЕР, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, РЕЖИМ ФУНКЦІОНУВАННЯ, ОБ'М ВАНТАЖУ, СТРІЧКОВИЙ КОНВЕЄР ВУГІЛЬНОЇ ШАХТИ

Based on piecewise-markovian processes with continuous time and discrete state was developed and mathematical model of functioning of accumulative hopper in the mode of keeping cargo volume within prescribed limits. Dependence of average cargo volume in hopper on productivity of batcher was obtained. Results of analytical researches have good coincidence with simulation results.

Keywords: ACCUMULATIVE HOPPER, MATHEMATICAL MODEL, MODE OF FUNCTIONING, CARGO VOLUME, COAL MINE BELT CONVEYER.

Аккумулярующие бункеры получили широкое распространение в системах подземного конвейерного транспорта угольных шахт.

Аккумулярующие бункеры предназначены для обеспечения независимой работы смежных технологических звеньев транспорта в периоды их аварийных отказов в работе или остановок по той или иной причине, а также для уменьшения влияния простоев конвейерных линий на работу очистных и подготовительных забоев.

Применение аккумулярующих бункеров в системах подземного конвейерного транспорта позволяет значительно повысить пропускную способность и надежность их работы.

Для эффективной работы аккумулярующих бункеров в системе подземного конвейерного транспорта угольных шахт необходимо поддерживать в бункере объем груза в заданных пределах. Причем

величина этих пределов зависит от места расположения бункера в системе конвейерного транспорта.

На угольных шахтах разгрузка бункера осуществляется с помощью питателя (рис. 1) В этом случае производительность разгрузки бункера может регулироваться путем изменения скорости питателя или размером выпускного отверстия.

Однако в условиях угольных шахт из-за существенной неравномерности поступающего в бункер грузопотока и низкой надежности управляющего оборудования непрерывное поддержание в бункере объема груза в заданных пределах с помощью изменения скорости питателя или размера выпускного отверстия невозможно.

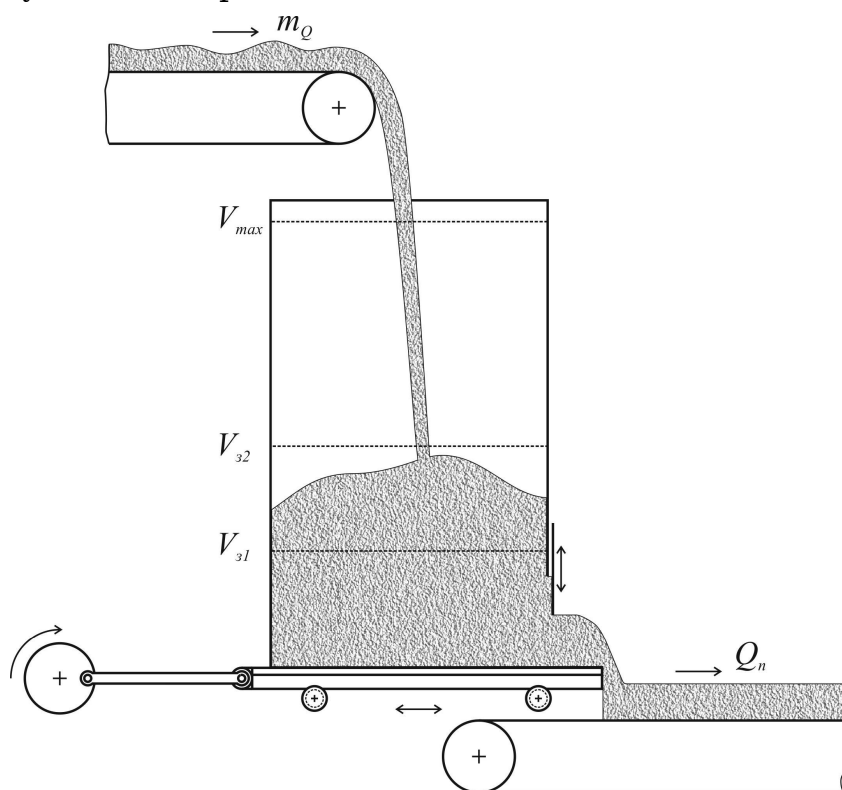


Рисунок – 1. Схема работы аккумулирующего бункера в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах

Поэтому на практике поддержание в аккумулирующем бункере объема груза в заданных пределах осуществляется путем включения и выключения питателя.

В настоящее время для поддержания объема груза в бункерах в заданных пределах включение и выключение питателя осуществляется вручную.

Для повышения эффективности управления поддержанием в аккумулирующем бункере объема груза в заданных пределах необходимо применение компьютерных технологий на основе контроллеров. Для этого необходимо на основе математической модели процесса функционирования аккумулирующего бункера в режиме поддержания объема груза в заданных пределах разработать алгоритм его оптимального управления.

Целью статьи является математическое моделирование процесса функционирования аккумулирующего бункера в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах.

Постановка задачи. Предположим, что поступающий в бункер и разгружаемый из него грузопотоки Q_s и Q_p соответственно представляют собой последовательности прямоугольных импульсов высотой, равной средней производительности загрузки и разгрузки грузопотока m_Q и Q_n соответственно, и интервалов работы t_1 , t_2 и простоя τ_1 , τ_2 конвейерного оборудования, распределенных по экспоненциальному закону (рис. 2).

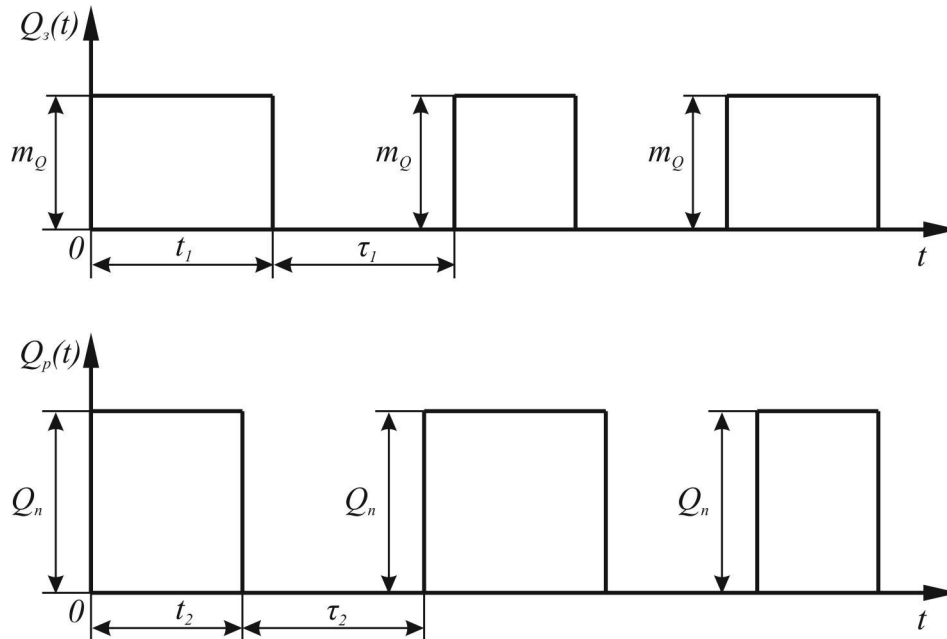


Рисунок – 2. Графики поступающего в аккумулирующий бункер грузопотока (а) и выходящего из аккумулирующего бункера грузопотока (б)

Обозначим интенсивность потоков отказов и восстановлений надбункерной и подбункерной конвейерных линий через λ_1 , μ_1 и λ_2 , μ_2 соответственно.

В режиме поддержания в бункере объема груза в заданных пределах надбункерная конвейерная линия работает постоянно. В случае достижения заданного минимального объема груза в бункер V_{s1} (м³) питатель отключается и подбункерная конвейерная линия останавливается. Работает только надбункерная конвейерная линия. При достижении заданного максимального объема груза в бункере V_{s2} (м³) питатель снова включается и происходит разгрузка бункера до объема V_{s1} . При этом надбункерная конвейерная линия выключается только в случае аварийного переполнения бункера.

Для предотвращения постоянного переполнения аккумулирующего бункера производительность питателя Q_n должна быть больше средней производительности поступающего грузопотока m_Q ($Q_n > m_Q$).

Необходимо определить средний объем V_c груза в бункере.

В работе [1] была разработана математическая модель функционирования аккумулирующего бункера в режиме перегрузки, когда надбункерная конвейерная линия и питатель не отключаются. Этот режим имеет место при $m_Q < Q_n$ и достаточно большом объеме аккумулирующего бункера. Эта модель основана на уравнениях Ховарда [2], справедливых для марковских процессов с непрерывным временем и дискретными состояниями, которые имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{dV_1}{dt} = q_1 - (\lambda_1 + \lambda_2)V_1 + \lambda_1 V_2 + \lambda_2 V_3, \\ \frac{dV_2}{dt} = q_2 + \mu_1 V_1 - (\lambda_2 + \mu_1)V_2 + \lambda_2 V_4, \\ \frac{dV_3}{dt} = q_3 + \mu_2 V_1 - (\lambda_1 + \mu_2)V_3 + \lambda_1 V_4, \\ \frac{dV_4}{dt} = q_4 + \mu_2 V_2 + \mu_2 V_3 - (\mu_1 + \mu_2)V_4, \end{cases} \quad (1)$$

где $q_1 = \frac{m_Q - Q_n}{\gamma}$; $q_2 = -\frac{Q_n}{\gamma}$; $q_3 = \frac{m_Q}{\gamma}$; $q_4 = 0$; γ – удельный вес груза, т/м³;

V_1, V_2, V_3, V_4 – объемы груза в бункере в начальный момент времени t , соответствующие первому, второму, третьему и четвертому состояниям процесса накопления груза в бункере, м³.

При первом состоянии надбункерная и подбункерная конвейерные линии работают; при втором состоянии надбункерная конвейерная линия не работает, а подбункерная работает; при третьем состоянии надбункерная конвейерная линия работает, а подбункерная не работает; при четвертом состоянии надбункерная и подбункерная конвейерные линии не работают.

При этом начальные условия имеют вид: при $t = 0$ $V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = 0$.

Если простой одновременно надбункерной и подбункерной конвейерных линий является маловероятным событием, то система уравнений Ховарда (1) примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dV_1}{dt} = q_1 - (\lambda_1 + \lambda_2)V_1 + \lambda_1 V_2 + \lambda_2 V_3, \\ \frac{dV_2}{dt} = q_2 + \mu_1 V_1 - \mu_1 V_2, \\ \frac{dV_3}{dt} = q_3 + \mu_2 V_1 - \mu_2 V_3, \end{cases} \quad (2)$$

где $q_1 = \frac{m_Q - Q_n}{\gamma}$; $q_2 = -\frac{Q_n}{\gamma}$; $q_3 = \frac{m_Q}{\gamma}$.

При этом выполняются начальные условия: при $t = 0$ $V_1 = V_2 = V_3 = 0$.

Решение этой системы уравнений при достаточно больших t ($t \rightarrow \infty$) имеет вид:

$$\begin{aligned}
 V_1(t) &= \frac{\mu_1(\lambda_2 + \mu_2)m_Q - \mu_2(\lambda_1 + \mu_1)Q_n}{\mu_1\mu_2 + \lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1} t + \frac{\lambda_1(\mu_2^2 + \lambda_2\mu_2 - \lambda_2\mu_1)}{(\mu_1\mu_2 + \lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1)^2} m_Q - \\
 &\quad - \frac{\lambda_2(\mu_1^2 + \lambda_1\mu_1 - \lambda_1\mu_2)}{(\mu_1\mu_2 + \lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1)^2} Q_n; \\
 V_2(t) &= \frac{\mu_1(\lambda_2 + \mu_2)m_Q - \mu_2(\lambda_1 + \mu_1)Q_n}{\mu_1\mu_2 + \lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1} t - \frac{\mu_1(\lambda_2^2 + 2\lambda_2\mu_2 + \mu_2^2 + \lambda_1\lambda_2)}{(\mu_1\mu_2 + \lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1)^2} m_Q - \\
 &\quad - \frac{\lambda_2\mu_1(\lambda_1 + \mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)}{(\mu_1\mu_2 + \lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1)^2} Q_n; \\
 V_3(t) &= \frac{\mu_1(\lambda_2 + \mu_2)m_Q - \mu_2(\lambda_1 + \mu_1)Q_n}{\mu_1\mu_2 + \lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1} t + \frac{\lambda_1\mu_2(\lambda_1 + \mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)}{(\mu_1\mu_2 + \lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1)^2} m_Q + \\
 &\quad + \frac{\mu_2(\lambda_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + \mu_1^2 + \lambda_1\lambda_2)}{(\mu_1\mu_2 + \lambda_1\mu_2 + \lambda_2\mu_1)^2} Q_n.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Среднее количество груза в бункере, независимо от начального состояния надбункерного и подбункерного конвейеров, согласно формуле полной вероятности [3] определяется по формуле:

$$V_c = P_1V_1(t) + P_2V_2(t) + P_3V_3(t), \tag{4}$$

где P_1 – вероятность того, что надбункерная и подбункерная конвейерные линии работают одновременно; P_2 – вероятность того, что надбункерная конвейерная линия простаивает, а подбункерная конвейерная линия работает; P_3 – вероятность того, что надбункерная конвейерная линия работает, а подбункерная конвейерная линия простаивает.

Величины P_1 , P_2 , P_3 определяются как вероятности состояний системы, состоящей из последовательно независимых надбункерной и подбункерной конвейерных линий.

Согласно [4], при $t \rightarrow \infty$ имеем

$$P_1 = \frac{\mu_1\mu_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)}; P_2 = \frac{\lambda_1\mu_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)}; P_3 = \frac{\lambda_2\mu_1}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)}. \tag{5}$$

Подставляя последние равенства (5) в выражение (4), после преобразования получим

$$V_c = \left(\frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{m_Q}{\gamma} - \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2} \cdot \frac{Q_n}{\gamma} \right) t$$

или

$$V_c = \frac{1}{\gamma} (\bar{m}_Q - \bar{Q}_n) t, \tag{6}$$

где $\bar{m}_Q = M[Q_s] = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1} m_Q$; $\bar{Q}_n = M[Q_p] = \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2} Q_n$.

Следовательно, средний объем груза в аккумулирующем бункере прямо пропорционален разности математических ожиданий производительностей поступающего и разгружаемого грузопотоков и времени работы бункера. Кроме того, из (7) следует, что если $\bar{m}_Q > \bar{Q}_n$, то $V_c > 0$, если $\bar{m}_Q \leq \bar{Q}_n$, то $V_c \leq 0$, т.е. если $\bar{m}_Q \leq \bar{Q}_n$, то бункер пуст.

Полученные результаты теоретических исследований для функционирования аккумулирующего бункера в режиме перегрузки достаточно хорошо совпадают с результатами экспериментальных исследований [5].

В случае, если аккумулирующий бункер работает в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах, процесс функционирования бункера представляет собой кусочно-марковский процесс, состоящий из загрузки (не работает питатель) и разгрузки бункера (работает питатель) (рис. 3). При этом, если предположить, что объем груза в бункере $V(t)$ является эргодическим случайным процессом [3], то средний объем груза в бункере можно определить из выражения

$$V_c = M[V(t)] = M \left[\frac{1}{\xi_c} \int_0^{\xi_s} V_s(t) dt + \frac{1}{\xi_c} \int_0^{\xi_p} V_p(t) dt \right], \quad (7)$$

где $V(t) = V_s(t) + V_p(t)$; $V_s(t)$ – текущий объем груза в бункере в момент загрузки, м³; $V_p(t)$ – текущий объем груза в бункере в момент разгрузки, м³; ξ_c – время цикла загрузки и разгрузки бункера, с; ξ_s , ξ_p – время загрузки и разгрузки бункера соответственно, с.

При этом ξ_c , ξ_s , ξ_p являются случайными величинами, удовлетворяющими условию

$$\xi_c = \xi_s + \xi_p. \quad (8)$$

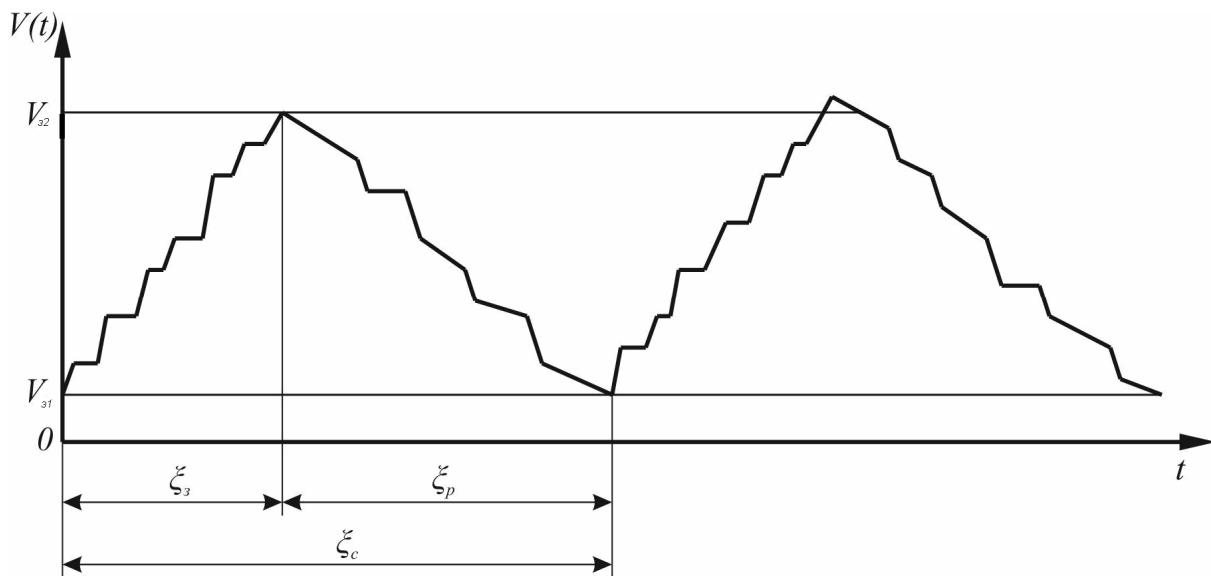


Рисунок – 3. Реализация случайного процесса объема груза в бункере в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах

Из последнего равенства следует [3]

$$M[\xi_c] = M[\xi_s] + M[\xi_p]$$

или

$$t_c = t_s + t_p, \quad (9)$$

где t_c – среднее время цикла загрузки и разгрузки бункера, с; t_s, t_p – среднее время загрузки и разгрузки бункера соответственно, с.

Математические ожидания объемов груза в бункере $V_s(t)$ и $V_p(t)$ можно определить по формулам:

$$\begin{aligned} M[V_s(t)] &= V_{s1} + \frac{\bar{m}_Q}{\gamma} \cdot t, \text{ если } 0 < t < \xi_s; \\ M[V_p(t)] &= V_{s2} + \frac{(\bar{m}_Q - \bar{Q}_n)}{\gamma} \cdot t, \text{ если } \xi_s < t < \xi_p. \end{aligned} \quad (10)$$

Согласно [3], математическое ожидание случайной величины $Y(t)$, являющейся интегралом случайной величины $V(t)$ с математическим ожиданием, линейно зависящим от времени, и случайным верхним пределом $\xi(t)$, можно определить по формуле

$$M[Y(t)] = M \left[\int_0^{\xi(t)} V(t) dt \right] = b m_\xi + \frac{a}{2} (m_\xi^2 + \sigma_\xi^2), \quad (11)$$

где $M[V(t)] = a + bt$; $m_\xi = M[\xi(t)]$; $\sigma_\xi^2 = D[\xi(t)]$.

Используя соотношение (11), с учетом (10), равенство (7) после преобразования примет вид:

$$V_c = \frac{V_{s1}t_s + V_{s2}t_p}{t_c} + \frac{\bar{m}_Q(t_s^2 + \sigma_s^2) - (\bar{Q}_n - \bar{m}_Q)(t_p^2 + \sigma_p^2)}{2\gamma t_c}, \quad (12)$$

где σ_s, σ_p – средние квадратичные отклонения времени загрузки ξ_s и разгрузки ξ_p бункера, с.

Предполагая, что $\sigma_s \ll t_s$ и $\sigma_p \ll t_p$, равенство (12) примет вид:

$$V_c = \frac{V_{s1}t_s + V_{s2}t_p}{t_c} + \frac{\bar{m}_Q t_s^2 - (\bar{Q}_n - \bar{m}_Q) t_p^2}{2\gamma t_c}. \quad (13)$$

Для определения среднего времени загрузки t_s и разгрузки бункера t_p , аналогично уравнениям Ховарда [2], составим уравнения относительно средних времен достижения заданного количества груза в бункере θ_i при различных начальных состояниях надбункерной и подбункерной конвейерных линий.

В результате получим

$$\begin{cases} q'_1 \frac{d\theta_1}{dm} = 1 - (\lambda_1 + \lambda_2)\theta_1 + \lambda_1\theta_2 + \lambda_2\theta_3, \\ q'_2 \frac{d\theta_2}{dm} = 1 + \mu_1\theta_1 - (\lambda_2 + \mu_1)\theta_2 + \lambda_2\theta_4, \\ q'_3 \frac{d\theta_3}{dm} = 1 + \mu_2\theta_2 - (\lambda_1 + \mu_2)\theta_3 + \lambda_1\theta_4, \\ q'_4 \frac{d\theta_4}{dm} = 1 + \mu_2\theta_2 + \mu_2\theta_3 - (\mu_1 + \mu_2)\theta_4, \end{cases} \quad (14)$$

где $q'_1 = m_Q - Q_n$; $q'_2 = -Q_n$; $q'_3 = m_Q$; $q'_4 = 0$; $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ – средние времена заполнения заданного количества груза в бункер, соответствующих в начальный момент времени первому, второму, третьему и четвертому состояниям надбункерной и подбункерной конвейерных линий; m – текущее значение количества груза в бункере.

При этом начальные условия принимают вид: при $m = 0$ $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = 0$.

Если одновременный простой надбункерной и подбункерной конвейерных линий является маловероятным событием, то система уравнений (14) примет вид:

$$\begin{cases} q'_1 \frac{d\theta_1}{dm} = 1 - (\lambda_1 + \lambda_2)\theta_1 + \lambda_1\theta_2 + \lambda_2\theta_3, \\ q'_2 \frac{d\theta_2}{dm} = 1 + \mu_1\theta_1 - \mu_1\theta_2, \\ q'_3 \frac{d\theta_3}{dm} = 1 + \mu_2\theta_1 - \mu_2\theta_3, \end{cases} \quad (15)$$

где $q'_1 = m_Q - Q_n$; $q'_2 = -Q_n$; $q'_3 = m_Q$.

При этом начальные условия имеют вид: при $m = 0$ $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$.

Определим среднее время загрузки бункера t_3 при неработающем питателе. В этом случае $\lambda_2 = 0$, а уравнение (14) примет вид:

$$\begin{cases} q'_1 \frac{d\theta_1}{dm} = 1 - \lambda_1\theta_1 + \lambda_1\theta_2, \\ q'_2 \frac{d\theta_2}{dm} = 1 + \mu_1\theta_1 - \mu_1\theta_2, \end{cases} \quad (16)$$

где $q'_1 = m_Q$; $q'_2 = 0$; θ_1 – среднее время, за которое количество груза в бункере увеличится на m при условии, что в начальный момент времени надбункерная конвейерная линия работает; θ_2 – среднее время, за которое количество груза в бункере увеличится на m при условии, что в начальный момент времени надбункерная конвейерная линия не работает.

При этом начальные условия имеют вид: при $m = 0$ $\theta_1 = \theta_2 = 0$.

Решая систему уравнений (16), получим:

$$\theta_1 = \frac{m}{\bar{m}_Q}; \quad \theta_2 = \frac{m}{\bar{m}_Q} + \frac{1}{\mu_1}. \quad (17)$$

Полагая в последнем равенстве $m = \gamma(V_{s2} - V_{s1})$, в результате имеем

$$\theta_1 = \frac{\gamma(V_{s2} - V_{s1})}{\bar{m}_Q}; \quad \theta_2 = \frac{\gamma(V_{s2} - V_{s1})}{\bar{m}_Q} + \frac{1}{\mu_1}. \quad (18)$$

Среднее время загрузки бункера t_s , т.е. среднее время, в течение которого объем груза в бункере уменьшится от V_{s2} до V_{s1} при произвольном начальном состоянии надбункерной конвейерной линии, определим по формуле

$$t_s = P'_1\theta_1 + P'_2\theta_2, \quad (19)$$

где P'_1, P'_2 – вероятность работы и простоя надбункерной конвейерной линии соответственно.

В случае стационарного процесса, т.е. при $t \rightarrow \infty$ P_1, P_2 определяются по формулам

$$P'_1 = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1}; \quad P'_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1}. \quad (20)$$

Подставляя (18) и (20) в (19), после преобразования получим:

$$t_s = \frac{\gamma(V_{s2} - V_{s1})}{\bar{m}_Q} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)\mu_1}, \quad (21)$$

Для определения времени разгрузки бункера t_p , т.е. когда включен питатель, необходимо решить уравнение (14).

Однако получение аналитического решения уравнений (14) и (15) связано с большими математическими трудностями. Поэтому сначала получим аналитические решения уравнений (14) для частной задачи при непрерывной работе подбункерной конвейерной линии, т.е. при $\lambda_2 = 0$. А затем, используя это решение, получим приближенное решение системы уравнений (14) при $\lambda_2 \neq 0$.

Предположим, что в момент, когда объем груза в бункере достигает V_{s2} , включают питатель, а подбункерная конвейерная линия непрерывно работает, т.е. $\lambda_2 = 0$. Тогда система уравнений (14) примет вид:

$$\begin{cases} q'_1 \frac{d\theta'_1}{dm} = 1 - \lambda_1\theta'_1 + \lambda_1\theta'_2, \\ q'_2 \frac{d\theta'_2}{dm} = 1 + \mu_1\theta'_1 - \mu_1\theta'_2, \end{cases} \quad (22)$$

где $q'_1 = m_Q - Q_n$; $q'_2 = -Q_n$.

Здесь θ'_1, θ'_2 – среднее время, за которое количество груза в бункере уменьшается на m (т) при условии, что в начальный момент надбункерная конвейерная линия работает и не работает соответственно. Решая систему

уравнений (22) при начальных условиях $m = 0$, $\theta'_1 = \theta'_2 = 0$ и полагая $m = \gamma(V_{32} - V_{31})$, в результате получим:

$$\theta'_1 = \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{(Q_n - \bar{m}_Q)} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)^2} \cdot \frac{Q_n m_Q}{(Q_n - \bar{m}_Q)^2} \times \left[1 - e^{-\frac{\gamma(V_{32} - V_{31})(\lambda_1 + \mu_1)(Q_n - \bar{m}_Q)}{(Q_n - m_Q)Q_n}} \right]; \quad (23)$$

$$\theta'_2 = \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{(Q_n - \bar{m}_Q)} - \frac{\mu_1}{(\lambda_1 + \mu_1)^2} \cdot \frac{m_Q(Q_n - m_Q)}{(Q_n - \bar{m}_Q)^2} \times \left[1 - e^{-\frac{\gamma(V_{32} - V_{31})(\lambda_1 + \mu_1)(Q_n - \bar{m}_Q)}{(Q_n - m_Q)Q_n}} \right]. \quad (24)$$

Если разгрузка из бункера осуществляется непрерывно ($\lambda_2 = 0$), т.е. без остановок подбункерной конвейерной линии, то время разгрузки бункера будет меньше, чем в случае остановок подбункерной конвейерной линии ($\lambda_2 \neq 0$). Если объем груза в бункере V_{32} увеличить на объем среднего количества груза, не пропущенного подбункерной конвейерной линией за время ее простоя t_n в течение времени t_p , то время разгрузки бункера объемом V'_{32} при непрерывно работающей подбункерной конвейерной линии ($\lambda_2 = 0$) приблизительно совпадает со средним временем t_p разгрузки бункера объемом V_{32} , но с остановками подбункерной конвейерной линии ($\lambda_2 \neq 0$).

Следовательно, если в равенство (23) вместо θ'_1 подставить t_p , а вместо V_{32} подставить V'_{32} , определенное из выражения

$$V'_{32} = V_{32} + t_n \frac{Q_n}{\gamma}, \quad (25)$$

где $t_n = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} t_p$ – среднее время простоя подбункерной конвейерной линии в течение времени t_p , то получим уравнение относительно t_p :

$$t_p = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \cdot \frac{Q_n}{(Q_n - \bar{m}_Q)} t_p + \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{(Q_n - \bar{m}_Q)^2} \times \left[1 - e^{-\frac{\gamma(V'_{32} - V_{31})(\lambda_1 + \mu_1)(Q_n - \bar{m}_Q)}{(Q_n - m_Q)Q_n}} \right]. \quad (26)$$

где $V'_{32} = V_{32} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \frac{Q_n}{\gamma} t_p$.

Последнее уравнение решается методом последовательных приближений. При этом за нулевое приближение принимается значение θ'_1 из (23), т.е. $t_p = \theta'_1$.

Предположим, что разность $V'_{32} - V_{31}$ – большая величина, тогда из равенства (26), пренебрегая экспонентой в квадратных скобках, получим среднее время загрузки t_p в виде:

$$t_p = \frac{\theta_p}{\left[1 - \frac{\lambda_2}{(\lambda_2 + \mu_2)} \cdot \frac{Q_n}{(Q_n - \bar{m}_Q)} \right]}; \quad (27)$$

где

$$\theta_p = \frac{\gamma(V_{32} - V_{31})}{(Q_n - \bar{m}_Q)} + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \mu_1)^2} \cdot \frac{Q_n m_Q}{(Q_n - \bar{m}_Q)^2}.$$

Подставляя в (13) t_s и t_p , определенные соответственно по формулам (21) и (27), а вместо V_{32} значение V'_{32} , определенное по формуле (25), получим средний объем груза в бункере V_c в режиме поддержания в нем объема груза в заданных пределах:

$$V_c = \frac{V_{31}t_s + V'_{32}t_p}{t_s + t_p} + \frac{\bar{m}_Q t_s^2 - (Q_n - \bar{m}_Q)t_p^2}{2\gamma(t_s + t_p)}, \quad (28)$$

где $V'_{32} = V_{32} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \frac{Q_n}{\gamma} t_p$.

Подставляя V'_{32} в (28), с учетом (9), после преобразования получим

$$V_c = \frac{V_{31}t_s + V_{32}t_p}{t_c} + \frac{\bar{m}_Q t_s^2 - (Q_n - \bar{m}_Q)t_p^2}{2\gamma t_c} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \cdot \frac{Q_n}{\gamma} \cdot \frac{t_p^2}{t_c}. \quad (29)$$

На рис. 4 показаны графики зависимости среднего объема груза в бункере от производительности питателя Q_n при различных значениях интенсивности потока отказов надбункерной конвейерной линии $\lambda_1 = 0,025; 0,05; 0,1$ мин⁻¹. При этом исходные данные принимали значения: $m_Q = 3,7$ т/ч; $V_{31} = 4$ м³; $V_{32} = 100$ м³; $\mu_1 = 0,06139$ мин⁻¹; $\lambda_2 = 0,017$ мин⁻¹; $\mu_2 = 0,069$ мин⁻¹.

Там же показаны результаты имитационного моделирования.

Из рис. 4 видно, что при увеличении производительности питателя Q_n средний объем груза в аккумулялирующем бункере V_c уменьшается и при $Q_n \rightarrow \infty$ средний объем груза в бункере $V_c \rightarrow \frac{V_{31} + V_{32}}{2} = 52$ м³. Кроме того, при увеличении интенсивности отказов надбункерной конвейерной линии λ_1 средний объем V_c уменьшается.

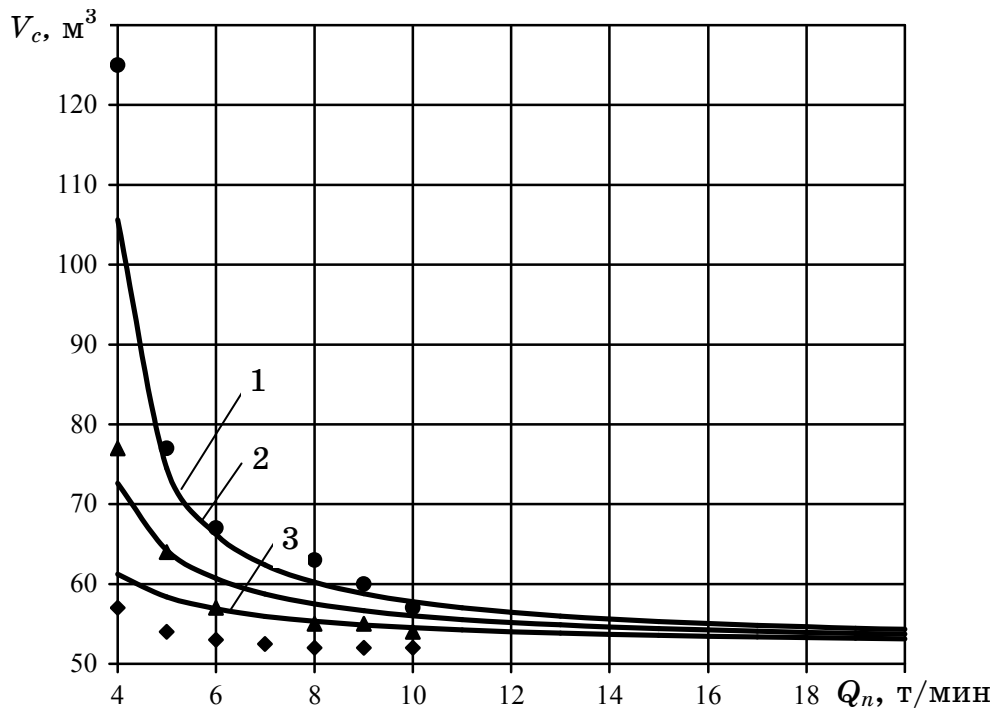


Рисунок – 4. График зависимости V_c от Q_n при различных значениях λ_1 :
теоретические кривые:

1 – $\lambda_1 = 0,025 \text{ мин}^{-1}$; 2 – $\lambda_1 = 0,05 \text{ мин}^{-1}$; 3 – $\lambda_1 = 0,1 \text{ мин}^{-1}$;
результаты имитационного моделирования:

• – $\lambda_1 = 0,025 \text{ мин}^{-1}$; ▲ – $\lambda_1 = 0,05 \text{ мин}^{-1}$; ◆ – $\lambda_1 = 0,1 \text{ мин}^{-1}$

Следовательно, на основе кусочно-марковских процессов разработана математическая модель процесса функционирования аккумулирующего бункера, работающего в режиме поддержания объема груза в заданных пределах. Получено приближенное аналитическое решение задачи о среднем объеме груза в бункере, которая с достаточной точностью совпадает с результатами имитационного моделирования.

На основе полученных результатов исследований установлено, что с увеличением производительности питателя средний объем груза в бункере уменьшается и при больших значениях $Q_n \rightarrow \infty$ стремится к полусумме максимального и минимального заданных объемов груза в бункере.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кирия Р. В. Математическая модель функционирования аккумулирующего бункера конвейерных линий угольных шахт / Р. В. Кирия // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 2(79). – Дніпропетровськ, 2012. – С. 152–161.
2. Ховард Р. А. Динамическое программирование и марковские процессы / Р. А. Ховард. – М.: Советское радио, 1964. – 192 с.
3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: КНОРУС, 2010. – 480 с.
4. Гнеденко Б. В. Математические методы в теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
5. Кирия Р. В. Имитационные модели функционирования усредняющих и аккумулирующих бункеров конвейерных линий угольных шахт / Р. В. Кирия, Д. Д. Брагинец, Т. Ф. Мищенко // Геотехническая механика. – Днепропетровск: ИГТМ НАНУ. – 2008. – № 77. – С. 100–109.