

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛАСТИНЫ СО СЖИМАЮЩИМИ  
ЕЕ ШТАМПАМИ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОМ ДЕЙСТВИИ  
ТОРЦЕВЫХ НАГРУЗОК**

*Исследуется влияние истории нагружения негладкой пластины торцевыми нагрузками на процесс протягивания ее между плоскими штампами. Решение поставленной задачи проводится на основе уточненной теории пластин, приспособленной для контактных задач. Проведено исследование зависимости положения границ областей сцепления и проскальзывания с трением на лицевых поверхностях пластины от величины прикладываемых торцевых нагрузок при прохождении пластины между сжимающими ее штампами.*

*Ключевые слова: НОРМАЛЬНОЕ КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ, КАСАТЕЛЬНОЕ КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ, ОБЛАСТЬ СЦЕПЛЕНИЯ, ОБЛАСТЬ ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ С ТРЕНИЕМ, ПЛАСТИНА, ЖЕСТКИЕ ШТАМПЫ, ТОРЦЕВЫЕ НАГРУЗКИ, ПРОДОЛЬНЫЕ УСИЛИЯ.*

*Досліджується вплив історії навантажування негладкою пластини торцевими навантаженнями на процес протягування її між плоскими штампами. Рішення поставленої задачі здійснюється на основі уточненої теорії пластин, пристосованої для контактних задач. Проведено дослідження залежності положення границь областей зчеплення і проковзування з тертям на лицьових поверхнях пластини від величини торцевих навантажень, що прикладаються при проходженні пластини між стискаючими її штампами.*  
*Ключові слова: НОРМАЛЬНА КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ, ДОТИЧНА КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ, ОБЛАСТЬ ЗЧЕПЛЕННЯ, ОБЛАСТЬ ПРОКОВЗУВАННЯ З ТЕРТЯМ, ПЛАСТИНА, ЖОРСТКІ ШТАМПИ, ТОРЦЕВІ НАВАНТАЖЕННЯ, ПОЗДОВЖНІ ЗУСИЛЛЯ.*

*The effect of loading history of the uneven plate loading by end loads on the process of pulling it between the bar punches . The solution of the formulated problem was carried out on the base improved theory of plates adapted for Hertzian problem.*

*A study of the dependence of the area's boundaries of adhesion and slipping with friction on plate's front surfaces from magnitude of the applied end loads with pulling of plate between compressing it hard punches has been held.*  
*Keywords: NORMAL CONTACT INTERACTION, THE TANGENTIAL CONTACT INTERACTION, THE REGION CLUTCH SLIP AREA WITH FRICTION, PLATE, HARD PUNCHES, END LOAD, THE LONGITUDINAL FORCES.*

**Введение**

На основе уточненных уравнений теории пластин [1] с коэффициентами для рассматриваемого класса контактных задач [2] в работе [3] рассмотрено взаимодействие негладкой пластины со сжимающими ее плоскими штампами. На торцах пластина нагружается силами, под действием которых с некоторого момента начинается прохождение ее между штампами. Было установлено, что в области контакта пластины и штампов в общем случае могут быть одновременно

участки сцепления, проскальзывания с трением и отставания, а также найдены области значений торцевых нагрузок, при которых имеет место только сцепление по всей области контакта, только проскальзывание с трением по всей области контакта и полное отставание. В работе [4] исследуется зависимость расположения точек смены состояний сцепления и проскальзывания с трением в области контакта и характер распределения контактных взаимодействий от значений симметрично приложенных торцевых нагрузок. Настоящая работа является продолжением работ [3, 4]. Здесь эти исследования проведены для несимметрично приложенных торцевых нагрузок, от действия которых с некоторого момента по всей области контакта исчезают области сцепления и начинается процесс протягивания пластины между штампами.

### Постановка задачи

Рассматривается процесс прохождения негладкой пластины толщины  $h$  и ширины  $2l$  между плоскими штампами ширины  $2a_u$  ( $a_u < l$ ) под действием продольной нагрузки, главный вектор которой  $P^-$  на левом торце и  $P^+$  – на правом (рис. 1). Пластина работает в условиях плоской деформации, штампам задается поступательное перемещение  $\pm W$ . Процесс существенно зависит от истории нагружения пластины в плоскости  $(\tilde{P}^+, \tilde{P}^-)$  [3]: можно начинать с приложения нагрузки  $P^\pm$ , когда  $W \leq 0$ , а можно начинать с зажатия пластины штампами. Исследуется несимметричный процесс, который тоже, как и при симметричном процессе [4], начинается с обжатия штампами без торцевых нагрузок, а затем прикладываются, равномерно увеличивающиеся во времени от нуля, силы  $P^\pm$  (траектории нагружения совпадают с осями  $\tilde{P}^\pm$  [3]).

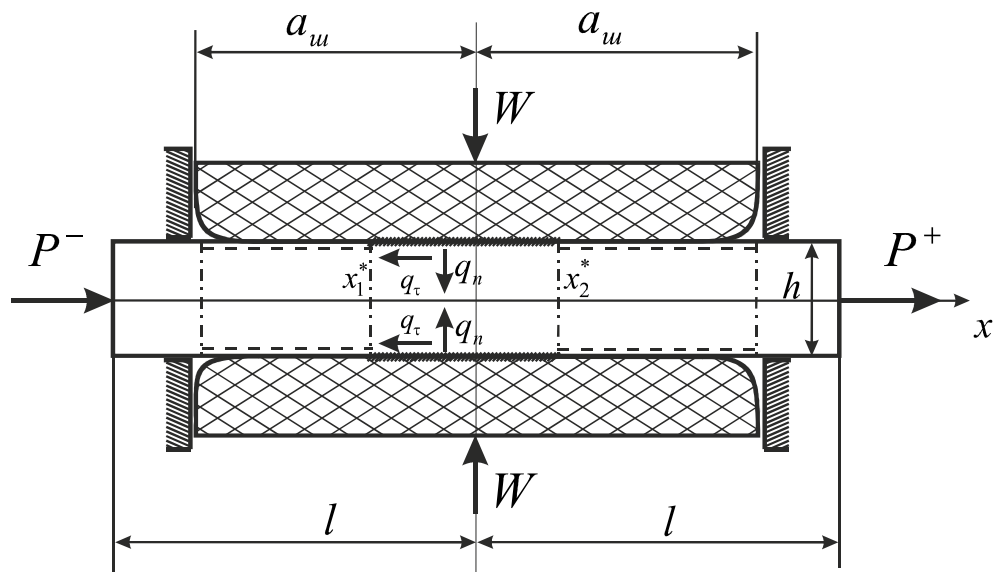


Рисунок – 1.

В начале процесса ( $P^\pm = 0$ ), как показывают вычисления контактных взаимодействий при сцеплении по всей области контакта  $2a$  (ширина области контакта, несмотря на скругление штампа, приблизительно считается равной ширине штампа  $2a = 2a_u$ ), имеется тенденция сохранения трех областей: при  $-a \leq x < x_1^*$  – проскальзывание влево, при  $x_1^* \leq x < x_2^*$  – сцепление,  $x_2^* < x \leq a$  – проскальзывание вправо. Задача состоит в получении зависимостей между положением границ областей сцепления и проскальзывания с трением ( $x_1^*$  – координата границы области проскальзывания влево с областью сцепления,  $x_2^*$  – координата границы области сцепления с областью проскальзывания вправо), а также соответствующего характера распределения контактного взаимодействия ( $q_r(x)$  – касательного контактного взаимодействия,  $q_n(x)$  – нормального контактного взаимодействия), от величины прикладываемых торцевых нагрузок  $P^\pm$ .

### Построение решения

В работе [3] относительно касательного  $q_r(x)$  и нормального  $q_n(x)$  контактных взаимодействий были получены разрешающие дифференциальные уравнения четвертого порядка для области сцепления и второго порядка для области проскальзывания с трением. Для рассматриваемой задачи с учетом

– краевых условий на торцах, накладываемых на продольные усилия в областях проскальзывания с трением  $N_{T1}, N_{T2}$ :

$$N_{T1}^- = N_{T1}(-a) = -\frac{P^-}{h}, \quad N_{T2}^+ = N_{T2}(a) = \frac{P^+}{h}; \quad (1)$$

– условий сопряжения продольных усилий  $N_{T1}, N_{T2}, N_c$  на границах областей проскальзывания с трением и сцепления  $x_1^*, x_2^*$ :

$$N_{T1}^+ = N_{T1}(x_1^* - 0) = N_c(x_1^* + 0) = N^-, \quad N_{T2}^- = N_{T2}(x_2^* + 0) = N_c(x_2^* - 0) = N^+; \quad (2)$$

– дополнительных условий непрерывности касательного контактного взаимодействия на границах областей проскальзывания с трением и сцепления  $x_1^*, x_2^*$ :

$$q_r^-(x_1^* - 0) = q_r(x_1^* + 0), \quad q_r^+(x_2^* - 0) = q_r(x_2^* + 0), \quad (3)$$

решения этих дифференциальных уравнений имеют вид:

– в области сцепления  $x_1^* \leq x < x_2^*$ :

$$\left\{ \begin{aligned} q_r(x) &= \frac{q_r^+ - q_r^-}{2} \cdot \frac{\varphi_1'(x - e^+, e^-)}{\varphi_1'(e^-)} - \left( N^+ + N^- + \frac{8\nu GW}{1 - 2\nu} \right) \frac{\sigma_1 \cdot \varphi_2(x - e^+, e^-)}{4 \cdot \varphi_1'(e^-)} + \\ &+ \frac{q_r^+ + q_r^-}{2} \cdot \frac{\varphi_2'(x - e^+, e^-)}{\varphi_2'(e^-)} - (N^+ - N^-) \frac{\sigma_1 \cdot \varphi_2(x - e^+, e^-)}{4 \cdot \varphi_2'(e^-)}, \\ q_n(x) &= \frac{4(1 - \nu)GW}{1 - 2\nu} - \frac{\nu(2(q_r^+ + q_r^-)\Psi_{12}(x - e^+, e^-) + \sigma_1(N^+ - N^-)\Psi_{21}(x - e^+, e^-))}{2\sigma_1^2(1 - \nu)\varphi_2'(e^-)} - \\ &- \frac{\nu \left( 2(q_r^+ - q_r^-)\Psi_{11}(x - e^+, e^-) + \sigma_1 \left( N^+ + N^- + \frac{8\nu GW}{1 - 2\nu} \right) \Psi_{22}(x - e^+, e^-) \right)}{2\sigma_1^2(1 - \nu)\varphi_1'(e^-)}, \\ V(x) &= \frac{4G}{(1 - \nu)\Lambda_1} - \frac{2(q_r^+ + q_r^-)\Psi_{32}'(x - e^+, e^-) - \sigma_1(N^+ - N^-)\Psi_{31}(x - e^+, e^-)}{\varphi_2'(e^-)} - \\ &- \frac{2(q_r^+ - q_r^-)\Psi_{31}'(x - e^+, e^-) - \sigma_1 \left( N^+ + N^- + \frac{8\nu GW}{1 - 2\nu} \right) \Psi_{32}(x - e^+, e^-)}{\varphi_1'(e^-)}; \end{aligned} \right. \quad (4)$$

– в области проскальзывания с трением влево  $-a \leq x < x_1^*$ :

$$\left\{ \begin{aligned} q_r(x) &= \frac{2GW}{\nu} \left( \left( 1 - \frac{\nu}{4GW} N^- \right) \cdot \Phi_2(-x - e_1^-, e_1^+) - \left( 1 + \frac{\nu}{4GWh} P^- \right) \cdot \Phi_1(-x - e_1^-, e_1^+) \right), \\ q_n(x) &= -\frac{1}{f} q_r(x), \\ V(x) &= u_r(x) + \frac{(1 - \nu)\Lambda_1 W}{\Lambda_{31} \nu f} \left( \left( 1 - \frac{\nu}{4GW} N^- \right) \cdot \Phi_4(-x - e_1^-, e_1^+) - \left( 1 + \frac{\nu}{4GWh} P^- \right) \cdot \Phi_3(-x - e_1^-, e_1^+) \right). \end{aligned} \right. \quad (5)$$

– в области проскальзывания с трением вправо  $x_2^* < x \leq a$ :

$$\left\{ \begin{aligned} q_r(x) &= \frac{2GW}{\nu} \left( \left( 1 - \frac{\nu}{4GWh} P^+ \right) \cdot \Phi_1(x - e_2^+, e_2^-) - \left( 1 - \frac{\nu}{4GW} N^+ \right) \cdot \Phi_2(x - e_2^+, e_2^-) \right), \\ q_n(x) &= \frac{1}{f} q_r(x), \\ V(x) &= u_r(x) + \frac{(1 - \nu)\Lambda_1 W}{\Lambda_{31} \nu f} \left( \left( 1 - \frac{\nu}{4GWh} P^+ \right) \cdot \Phi_3(x - e_2^+, e_2^-) - \left( 1 + \frac{\nu}{4GW} N^+ \right) \cdot \Phi_4(x - e_2^+, e_2^-) \right). \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Здесь:

$e_1^\pm = \frac{a \pm x_1^*}{2}$ ,  $e_2^\pm = \frac{a \pm x_2^*}{2}$ ,  $e^\pm = \frac{x_2^* \pm x_1^*}{2}$ ,  $u_r$  – касательные перемещения точек лицевых поверхностей пластины,  $G$ ,  $\nu$  – модуль сдвига и коэффициент Пуассона материала,  $f$  – коэффициент трения скольжения,  $\Lambda_1 = 0,0025$ ,  $\Lambda_{31} = 0,115$  – коэффициенты уточненной теории пластин, соответствующие рассматриваемому классу задач [2], выражения функций  $\varphi_1(x)$ ,  $\varphi_2(x)$ ,  $\Psi_{11}(x)$ ,  $\Psi_{22}(x)$ ,  $\Psi_{31}(x)$ ,  $\Psi_{32}(x)$ ,  $\Phi_1(x)$ ,  $\Phi_2(x)$ ,  $\Phi_3(x)$ ,  $\Phi_4(x)$  приведены в работе [4].

Таким образом, в начале несимметричного процесса в общем решении (4) – (6) содержится шесть констант  $q_r^\pm$ ,  $N^\pm$ ,  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ . Для их определения имеется шесть условий:

$$\begin{cases} q_r^- = q_r(x_1^* - 0), & q_r^+ = q_r(x_2^* + 0), \\ V(x_1^* - 0) = V(x_1^* + 0), & V(x_2^* - 0) = V(x_2^* + 0), \\ q_n(x_1^* - 0) = q_n(x_2^* + 0), & q_n(x_2^* - 0) = q_n(x_2^* + 0). \end{cases} \quad (7)$$

Полученная система (7) линейна относительно констант  $q_r^\pm$ ,  $N^\pm$ . Исключая их из последних двух уравнений (7), с помощью первых четырех придем к системе двух трансцендентных уравнений относительно  $x_1^*$ ,  $x_2^*$  вида:

$$\begin{cases} F_{11}(x_1^*, x_2^*)P^- + F_{12}(x_1^*, x_2^*)P^+ + F_{13}(x_1^*, x_2^*) = 0, \\ F_{21}(x_1^*, x_2^*)P^- + F_{22}(x_1^*, x_2^*)P^+ + F_{23}(x_1^*, x_2^*) = 0, \end{cases} \quad (8)$$

где функции  $F_{ij}(x_1^*, x_2^*)$  вычисляются, согласно указанному алгоритму построения уравнений (8), из формул (4) – (7).

Проблема выбора начального приближения решения системы (8) настоящей задачи упрощается тем, что рассматривается процесс, для начального состояния которого  $P^+ = P^- = 0$  решение  $x_2^* = -x_1^* = x_*$  уже известно [4]. Это решение и можно принять в качестве начального приближения при малых  $P^\pm$ . Для последующих значений  $P^\pm$ , в качестве начального, естественно принимать решение системы (8) для предыдущих значений  $P^\pm$ . Решение системы (8) при  $\nu = 0,45$ ,  $f = 0,4$ ,  $a = 2$  при  $P^+ = 0$  и  $P^-$ , возрастающим от нуля, приведено на рисунке 2. Пока  $P^-$  изменяется в пределах  $0 \leq \frac{P^-}{2GWh} < \frac{P_*^-}{2GWh} \approx 3,8$ , имеем в области контакта три участка. Соответствующие контактные взаимодействия для значений  $\frac{P^-}{2GWh} \approx 0; 1,8$  приведены на рисунках 4-а, 4-б.

Как видно, в окрестности границ участков сцепления – проскальзывания наблюдается тенденция к образованию разрыва в контактных взаимодействиях. В постановке теории упругости в этих точках функции  $q_r(x)$ ,  $q_n(x)$  имеют особенность [5] и для осуществления процесса необходимо потребовать выполнение условий:

$$\int_{x_*}^{x_* + \varepsilon} |q_r(x)| dx = \int_{x_* - \varepsilon}^{x_*} |q_r(x)| dx = f \int_{x_* - \varepsilon}^{x_*} |q_n(x)| dx.$$

В постановке уточненной теории пластин, приемлемой для контактных задач, в рассматриваемой точке имеет место разрыв первого рода и, поэтому при рассмотрении процесса, интегральные условия приближенно заменяются локальными

$$|q_{\tau}(x_* + 0)| = |q_{\tau}(x_* - 0)| = f |q_n(x_* - 0)|.$$

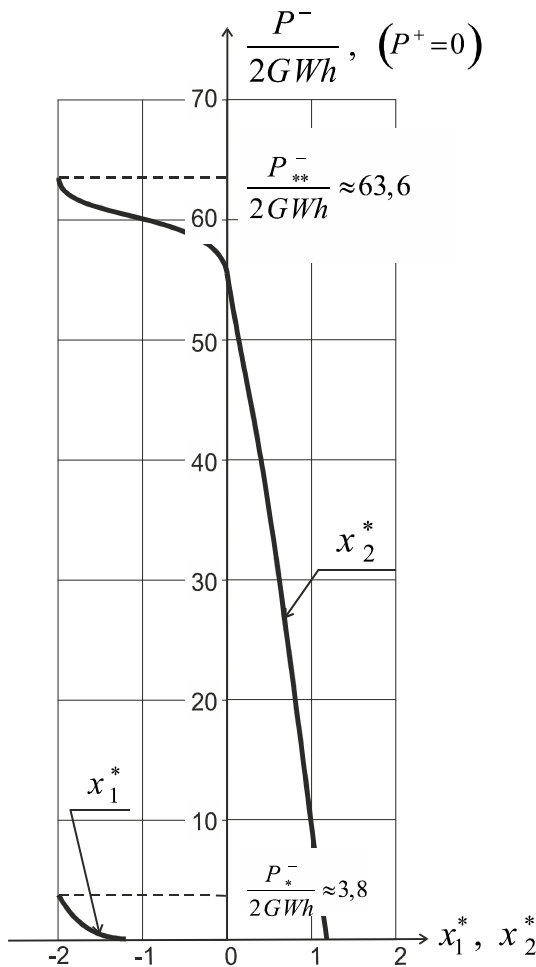
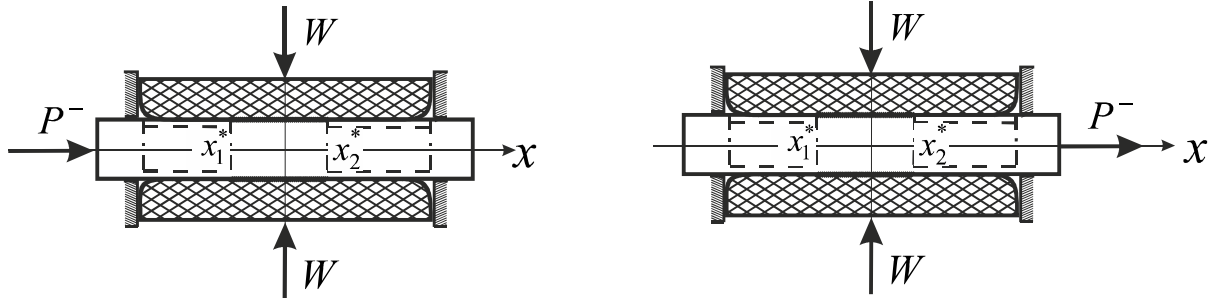


Рисунок - 2.

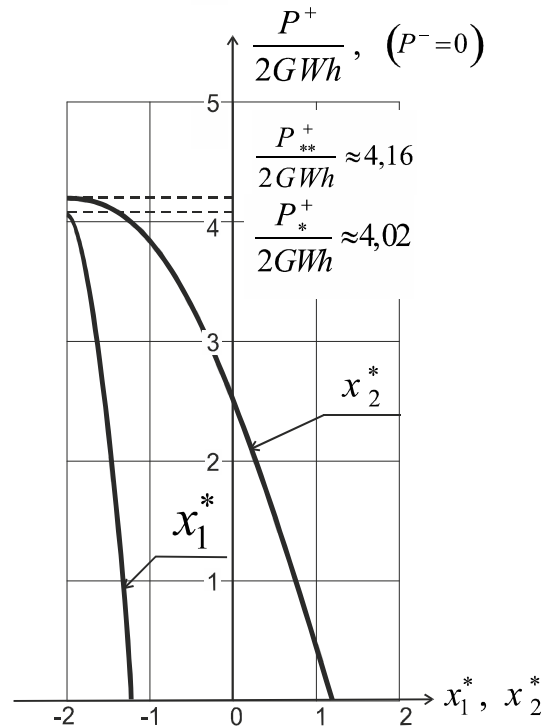


Рисунок - 3.

Для варианта, когда  $P^- = 0$ , а  $P^+$  увеличивается от нуля, решение системы (8) при  $\nu = 0,45$ ;  $f = 0,4$  и  $a = 2$  представлено на рисунке 3. При этом также пока  $P^+$  изменяется в пределах  $0 \leq \frac{P^+}{2GWh} < \frac{P_*^+}{2GWh} \approx 4,02$ , в области контакта имеется три участка. Соответствующие контактные

взаимодействия при значениях  $\frac{P^+}{2GWh} \approx 0; 2,03$  представлены на рисунках 5 – а, 5 – б соответственно.

Когда силы  $P^\pm$  достигают значений  $P^\pm = P_*^\pm$ , остается два участка в области контакта с одной точкой смены состояний  $x = x_2^*$ . Для процесса выталкивания пластины из промежутка между штампами ( $P^+ = 0$ ) находим  $x = x_2^* = 1,1$ . Для процесса вытаскивания пластины из промежутка между штампами ( $P^- = 0$ ) получаем  $x = x_2^* = -1,4$ . Здесь константа  $N^-$  уже определена  $N^- = \frac{P^-}{h}$ , а условие непрерывности обобщенного перемещения  $V(x)$  на левом конце области сцепления следует заменить условием:  $q_n(-a) = 0$ . Теперь общее решение систем (4), (6) принимает, соответственно областям, вид:

– в области сцепления  $-a \leq x \leq x_2^*$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_r(x) = \frac{q_r^+ - q_r^-}{2} \cdot \frac{\varphi_1'(x + e_2^-, e_2^+)}{\varphi_1'(e_2^+)} - \left( N^+ - \frac{P^-}{h} + \frac{8\nu GW}{1-2\nu} \right) \frac{\sigma_1 \cdot \varphi_2(x + e_2^-, e_2^+)}{4 \cdot \varphi_1'(e_2^+)} + \\ + \frac{q_r^+ + q_r^-}{2} \cdot \frac{\varphi_2'(x + e_2^-, e_2^+)}{\varphi_2'(e_2^+)} - \left( N^+ + \frac{P^-}{h} \right) \frac{\sigma_1 \cdot \varphi_2(x + e_2^-, e_2^+)}{4 \cdot \varphi_2'(e_2^+)}, \\ q_n(x) = \frac{4(1-\nu)GW}{1-2\nu} \frac{\nu \left( 2(q_r^+ + q_r^-) \Psi_{12}(x + e_2^-, e_2^+) + \sigma_1 \left( N^+ + \frac{P^-}{h} \right) \Psi_{21}(x + e_2^-, e_2^+) \right)}{2\sigma_1^2(1-\nu) \varphi_2'(e_2^+)} - \\ - \frac{\nu \left( 2(q_r^+ - q_r^-) \Psi_{11}(x + e_2^-, e_2^+) + \sigma_1 \left( N^+ - \frac{P^-}{h} + \frac{8\nu GW}{1-2\nu} \right) \Psi_{22}(x + e_2^-, e_2^+) \right)}{2\sigma_1^2(1-\nu) \varphi_1'(e_2^+)} \\ V(x) = - \frac{4G}{(1-\nu)\Lambda_1} \frac{2(q_r^+ + q_r^-) \Psi_{32}'(x + e_2^-, e_2^+) - \sigma_1 \left( N^+ + \frac{P^-}{h} \right) \Psi_{31}(x + e_2^-, e_2^+)}{\varphi_2'(e_2^+)} - \\ - \frac{2(q_r^+ - q_r^-) \Psi_{31}'(x + e_2^-, e_2^+) - \sigma_1 \left( N^+ - \frac{P^-}{h} + \frac{8\nu GW}{1-2\nu} \right) \Psi_{32}(x + e_2^-, e_2^+)}{\varphi_1'(e_2^+)}; \end{array} \right. \quad (9)$$

– в области проскальзывания с трением вправо  $x_2^* \leq x \leq a$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_r(x) = \frac{2GW}{\nu} \left( \left( 1 - \frac{\nu}{4GWh} P^+ \right) \cdot \Phi_1(x - e_2^+, e_2^-) - \left( 1 - \frac{\nu}{4GW} N^+ \right) \cdot \Phi_2(x - e_2^+, e_2^-) \right), \\ q_n(x) = \frac{1}{f} q_r(x), \\ V(x) = u_r(x) + \frac{(1-\nu)\Lambda_1 W}{\Lambda_{31} \nu f} \left( \left( 1 - \frac{\nu}{4GWh} P^+ \right) \cdot \Phi_3(x - e_2^+, e_2^-) - \left( 1 + \frac{\nu}{4GW} N^+ \right) \cdot \Phi_4(x - e_2^+, e_2^-) \right). \end{array} \right. \quad (10)$$

В выражениях (9), (10) содержится четыре неизвестные константы:  $q_r^\pm$ ,  $N^+$ ,  $x_2^*$ , для определения которых имеются четыре условия: три условия из системы (7) на правом конце области сцепления и условие равенства нулю нормального контактного взаимодействия на левом конце штампа

$$\begin{cases} q_r^+ = q_r(x_2^* + 0), \\ V(x_2^* - 0) = V(x_2^* + 0), \\ q_n(-a) = 0, \\ q_n(x_2^* - 0) = q_n(x_2^* + 0). \end{cases} \quad (11)$$

Исключая из последнего уравнения системы (11) с помощью предыдущих уравнений этой системы неизвестные константы  $q_r^\pm$ ,  $N^+$ , входящие линейно, получаем одно трансцендентное уравнение относительно  $x_2^*$  вида

$$F_1(x_2^*)P^- + F_2(x_2^*)P^+ + F_3(x_2^*) = 0, \quad (12)$$

где функции  $F_i(x_2^*)$ , аналогично функциям  $F_{ij}(x_1^*, x_2^*)$  системы (8), вычисляются по алгоритму построения уравнения (12).

При дальнейшем увеличении торцевых нагрузок  $P^\pm$  в зависимости от значений  $\nu$  и  $f$  процесс может развиваться по-разному. При рассматриваемом значении  $\nu = 0,45$ ;  $f = 0,4$  и  $a = 2$  в области сцепления тенденции к проскальзыванию не наблюдается. Таким образом, при дальнейшем увеличении сил  $P^\pm$  остается только две области с одной точкой смены состояний  $x_2^*$ , определяемой из уравнения (12). Его решение приведено на рисунке 2, когда  $P^+ = 0$ ,  $0 \leq P^- / (2GWh) < P_{**}^- / (2GWh) \approx 63,6$  и на рисунке 3, когда  $P^- = 0$ ,  $0 \leq P^+ / (2GWh) < P_{**}^+ / (2GWh) \approx 4,15$ .

Распределение контактных взаимодействий при выталкивании ( $P^+ = 0$ ) и  $P^- / (2GWh) = P_*^- / (2GWh) \approx 3,8$ ;  $P^- / (2GWh) \approx 35,6$  приведено на рисунках 4-в, 4-г. а при вытаскивании ( $P^- = 0$ ) и  $P^+ / (2GWh) = P_*^+ / (2GWh) \approx 4,02$ ;  $P^+ / (2GWh) \approx 4,09$  – на рисунках 5-в, 5-г соответственно. При значениях  $P_{**}^- / (2GWh) \approx 63,6$  и  $P_{**}^+ / (2GWh) \approx 4,15$  исчезает область сцепления. Распределение контактных взаимодействий при этом показано на рисунках 4-д и 5-д соответственно. При этом оказалось,  $q_r(-a) = 0$ , что согласуется с границей области полного проскальзывания.



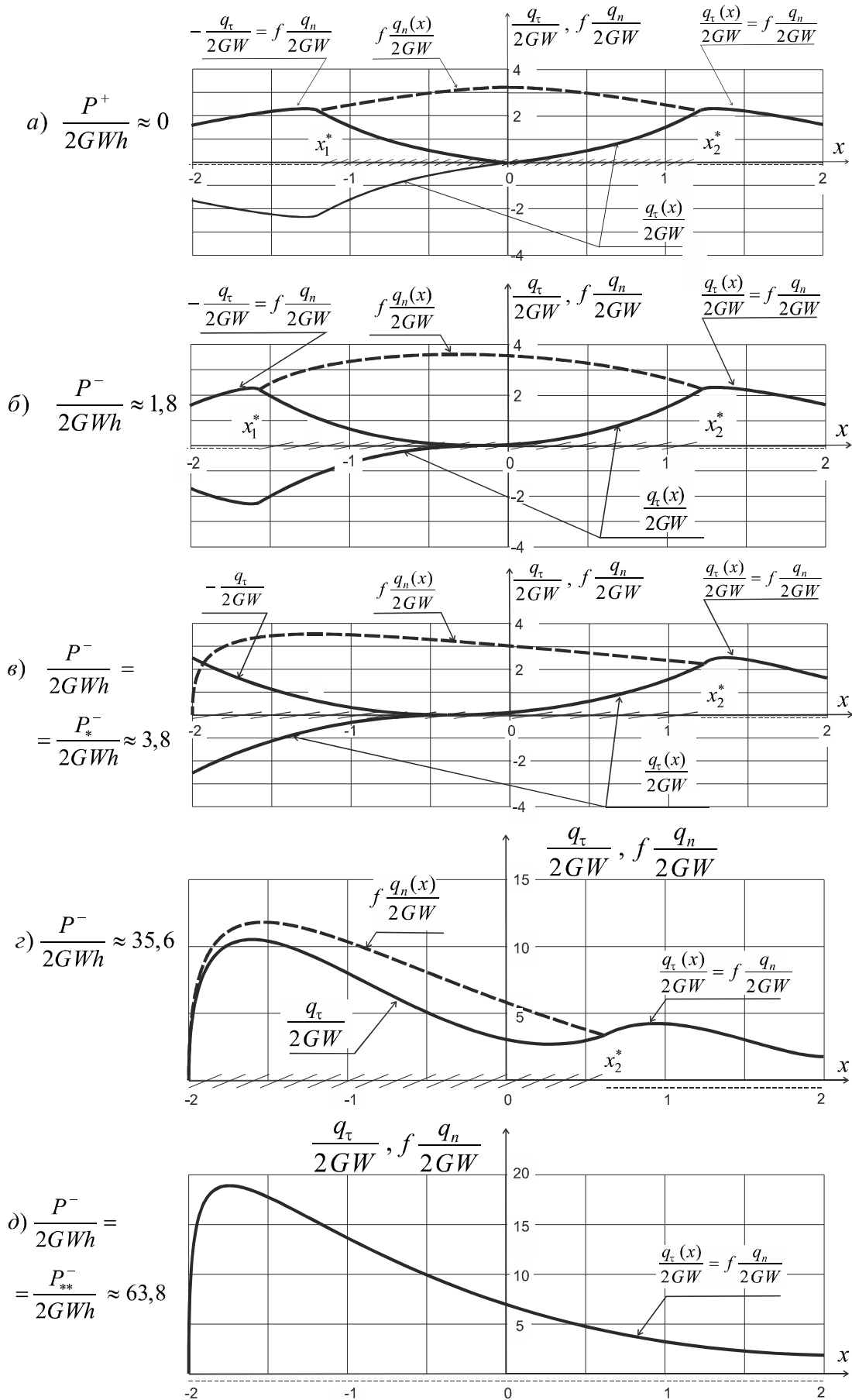


Рисунок - 4.

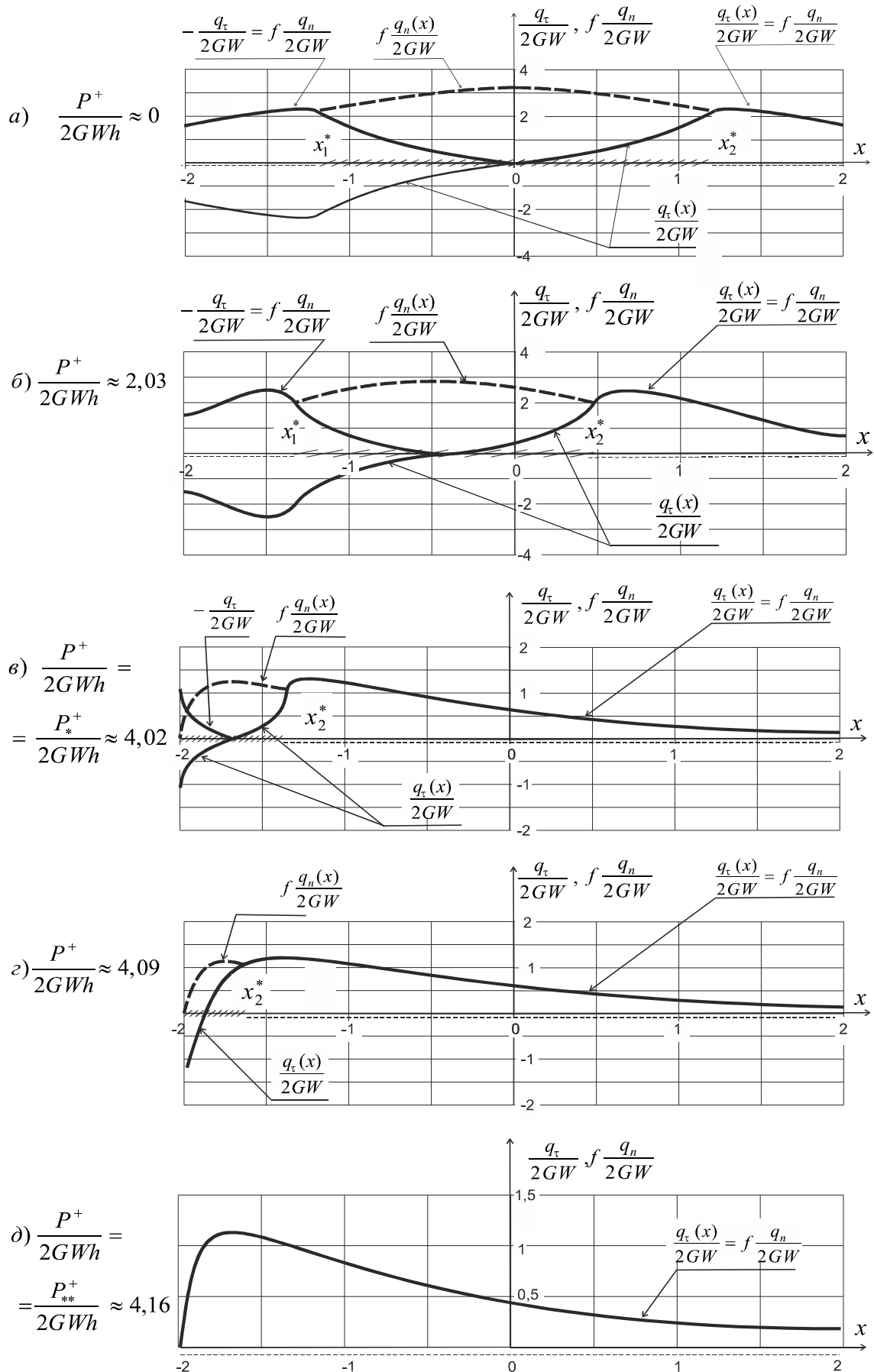


Рисунок – 5.

### Выводы

Были рассмотрены два несимметричных процесса.

При действии выталкивающей силы в первую очередь, уменьшается область проскальзывания слева до полного исчезновения, в то время как область проскальзывания справа практически не изменяется. Потом начинает увеличиваться область проскальзывания справа до наступления состояния полного проскальзывания вправо.

При действии вытаскивающей силы в первую очередь, также исчезает область проскальзывания слева, но одновременно увеличивается и область проскальзывания справа, то есть, область сцепления как бы смещается влево, одновременно уменьшаясь. Затем область проскальзывания слева исчезает и остается две области. Потом начинает увеличиваться область проскальзывания справа и наступает состояние полного проскальзывания.

Следует отметить, что для вытаскивания пластины требуется сила меньшая, чем для выталкивания (при параметрах:  $\nu=0,45$ ;  $f=0,4$ ;  $a=2$ ) в 14 раз.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Григолюк Э.И., Толкачев В.М. Контактные задачи теории пластин и оболочек. М.: Машиностроение, 1980.
2. Наумова И.Ю. К решению контактных задач теории пластин в температурном поле // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. – Выпуск 5(70).– Днепропетровск, 2010. – С.148–161.
3. Наумова И.Ю. Исследование зависимости характера взаимодействия пластины со сжимающими ее штампами от значения торцевых нагрузок // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. – Выпуск 4(69).– Днепропетровск, 2010. – С.11–22.
4. Наумова И.Ю. Взаимодействие пластины со сжимающими ее штампами при симметричном действии торцевых нагрузок // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. – Выпуск 5(82).– Днепропетровск, 2012. – С. 32–39.
5. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. – М.: Наука, 1982.

Получено: 23.07.2012 г.