

## КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЯ МЕХАНИЗМА УДЕРЖАНИЯ ОПРАВКИ СТАНОВ ВИНТОВОЙ ПРОКАТКИ ТРУБ

*Изложена методика построения математической модели стержня механизма удержания оправки трубопрокатного агрегата. Дифференциальные уравнения движения стержня оправки представлены в виде гипергеометрических уравнений. Решения гипергеометрических уравнений представлены в функциях параболы цилиндра - функциях Вебера.*

Технология производства бесшовных труб предусматривает образование продольных полостей в сплошной цилиндрической заготовке с последующей раскаткой ее на оправке, упирающейся в стержневую систему.

Одним из путей интенсификации технологического процесса и повышения качества прокатываемых труб является совершенствование существующих станов винтовой прокатки трубопрокатных агрегатов. Для получения научно-обоснованных предложений по модернизации оборудования прошивных и раскатных станов и совершенствованию технологии производства труб необходимо более глубоко вскрыть их взаимосвязь и установить качественное и количественное влияние различных параметров и технологических особенностей на поведение системы и качество готовой продукции. Для решения такого рода задач зачастую приходится обращаться к рассмотрению математической модели исследуемого трубопрокатного агрегата, адекватно отражающей реальные процессы, происходящие в исходной системе (рис. 1).

В настоящей работе, с учетом особенностей технологии, в качестве объекта исследования рассмотрена стержневая система механизма удержания оправки прошивных и раскатных станов трубопрокатного агрегата (ТПА), отличающаяся от известной [1].

При прошивке и раскатке трубных изделий в стержне, удерживающем оправку, возникают значительные по величине и изменяющиеся во времени динамические нагрузки, которые обуславливают отклонение формы стержня от прямолинейной. Это значительно усиливает колебательные явления в стержневой системе и отрицательно воздействуют на процесс прокатки.

Изменение во времени массы трубной заготовки, перемещающейся в процессе прошивки или раскатки вдоль стержня, значительно усложняет динамические процессы.

Колебания стержневой системы в ходе реализации необходимых технологических процессов передаются на оправку, что приводит к ухудшению качества прокатываемых труб (рис. 2).

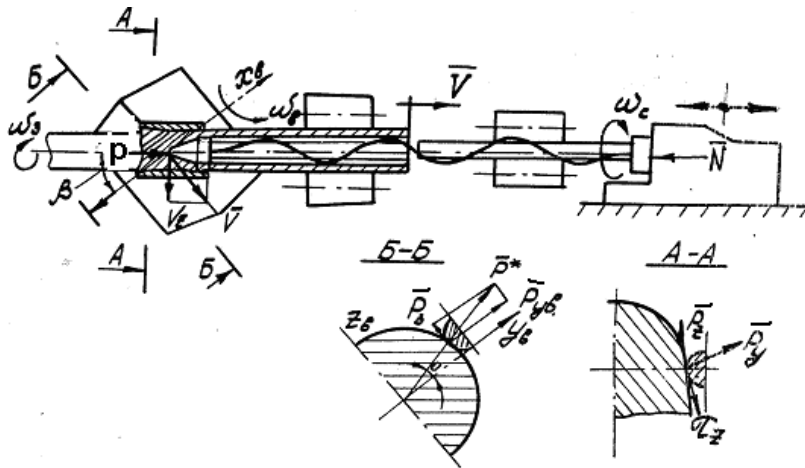


Рисунок 1 - Силовая схема функционирования механизма удержания оправки прошивного стана

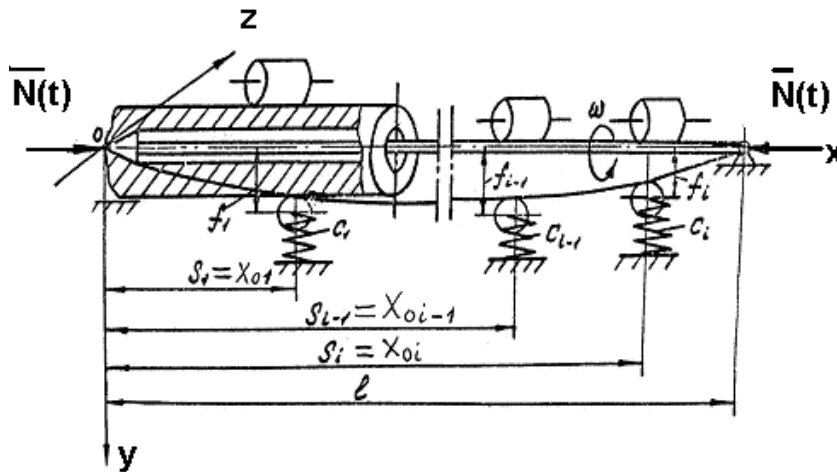


Рисунок 2 - Схема стержневой системы прошивного и раскатного станов трубопрокатного агрегата

Изучение поведения динамической модели «стержневая система - трубная заготовка» позволит оценить динамическое состояние стержневой системы с оправкой в течение всего процесса прошивки или раскатки труб. На этой основе решить задачу по модернизации этой системы.

В качестве расчетной схемы стержневой системы прошивных и раскатных станов ТПА примем стержень постоянного сечения с шарнирными опорами по концам и упругими опорами (центрователями) между ними. Стержень, вращающийся с угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси прокатки  $x$ , подвергается воздействию продольным усилием  $\vec{N}(t)$ . При этом на стержень надвигается с постоянной скоростью прокатки  $\vec{V}$  равномерно распределенная нагрузка прокатываемой трубы интенсивностью  $\vec{q}$  с погонной массой  $m_q$  (рис. 3).

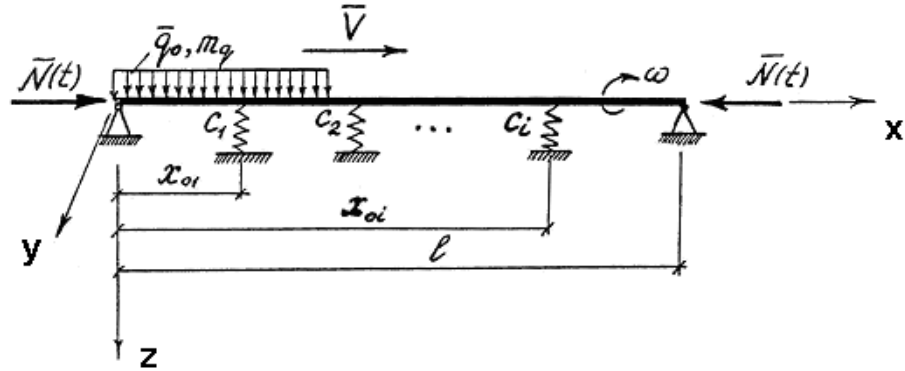


Рисунок 3- Расчетная схема стержневой системы механизма удержания оправки стана

Для построения математической модели воспользуемся дифференциальным уравнением колебаний вращающегося стержня на упругом основании центрователей [2].

$$m \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI \cdot \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + f \left( \frac{\partial^3 u_y}{\partial x^2 \partial t} + \omega \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \right) \right] + \kappa \frac{\partial u_y}{\partial t} + c u_y = m \omega^2 [e \cos(\omega t) - e \sin(\omega t)], \quad (1)$$

$$m \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI \cdot \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + f \left( \frac{\partial^3 u_z}{\partial x^2 \partial t} - \omega \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \right) \right] + \kappa \frac{\partial u_z}{\partial t} + c u_z = m \omega^2 [e \sin(\omega t) + e \cos(\omega t)], \quad (2)$$

где  $EI$ ,  $m$  – соответственно изгибная жесткость стержня и его погонная масса;  $u_y$ ,  $u_z$  – перемещения вдоль осей  $y$  и  $z$ ;  $c$ ,  $\kappa$  – коэффициенты упругого основания, зависящие от перемещения и скорости соответственно;  $f$  – коэффициент, учитывающий внутреннее трение в процессе колебания всей механической системы;  $e_1(x)$ ,  $e_2(x)$  – эксцентриситеты, характеризующие неуравновешенность масс соответственно в плоскостях  $XOZ$  и  $YOX$ .

В предположении, что внутреннее трение отсутствует [2], и неуравновешенность лежит в одной плоскости  $e_1(x) = e(x)$ ,  $e = 0$ , приходим к уравнению

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + c u = m \omega^2 e(x) \sin(\omega t) \quad (3)$$

Заменив упругое основание конечным числом  $i$  – податливых опор центрователей, имеем

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \sum_{i=1}^n c_i u \delta(x - x_{oi}) = m \omega^2 e(x) \sin(\omega t), \quad (4)$$

где  $\delta(x - x_{oi})$  – дельта-функция Дирака.

Принимая во внимание, что данная функция обладает следующим фильтрующим свойством [6]

$$\int_a^b f(x) \delta(x - \xi) dx = f(\xi); \quad [a < \xi < b]$$

С учетом закона изменения продольной сжимающей силы согласно

[1]  $N(t) = N_0 + N_1 \cos(\omega t)$  и надвигающейся нагрузки трубы  $\vec{q}(x, t)$  дифференциальное уравнение (4) примет вид

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + N(t) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sum_{i=1}^n c_i \cdot u \delta(x - x_{oi}) - q(x, t) = m \omega^2 e(x) \sin(\omega t), \quad (5)$$

где  $q(x, t)$  - распределенная нагрузка прокатываемой трубной заготовки, обладающая массой, может быть определена согласно [3, 4].

$$q(x, t) = q_0 - m_q \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2V \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right) \Bigg|_{x=vt}, \quad (6)$$

где  $q_0$ ,  $m_q$  - соответственно интенсивность и погонная масса подвижной трубы;  $V$  - скорость прокатки трубы в осевом направлении;  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  - учитывает относительное ускорение трубы;  $V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  - учитывает переносное ускорение трубы;  $2V \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}$  - учитывает кориолисово ускорение прокатываемой трубы.

В первом приближении примем уравнение эксцентриситета в виде

$$e(x) = u = f(t) \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

Тогда с учетом этого уравнение (5) запишется так

$$L(u) = m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + N(t) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sum_{i=1}^n c_i u \delta(x - x_{oi}) - q(x, t) - m \omega^2 f(t) \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right) \sin(\omega t) = 0 \quad (7)$$

Для решения уравнения (7) применяем процедуру Бубнова-Галеркина

$$\int_0^{\ell} L(u) \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right) dx = 0$$

После некоторых преобразований используя (7) имеем

$$\begin{aligned} & \ddot{f}(t) \left[ 1 + \frac{m_q}{2\pi m} \left( 2\pi \frac{Vt}{\ell} - \sin\left(2\pi \frac{Vt}{\ell}\right) \right) \right] + \dot{f}(t) \frac{Vm_q}{m\ell} \left( 1 - \cos\left(2\pi \frac{Vt}{\ell}\right) \right) + \\ & + f(t) \left[ \frac{EI}{m} \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^4 + \frac{2}{m\ell} \sum_{i=1}^n c_i \sin^2\left(\frac{\pi x_{oi}}{\ell}\right) - \frac{1}{m} (N_0 + N_1 \cos(\omega t)) \times \right. \\ & \left. \times \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 - \frac{m_q V^2}{m \ell^2} \pi \left( 2\pi \frac{Vt}{\ell} - \sin\left(2\pi \frac{Vt}{\ell}\right) - \omega^2 \sin(\omega t) \right) \right] = \frac{2q_0}{m\pi} \left( 1 - \cos\left(\pi \frac{Vt}{\ell}\right) \right) \end{aligned} \quad (8)$$

Введем новые переменные в дифференциальное уравнение(8)

$$\xi = \frac{Vt}{\ell}, \quad \mu = \frac{m_q}{m}; \quad m\ell = M; \quad \frac{d^2f}{d\xi^2} = \ddot{f}, \quad \xi \in [0; 1]$$

После определенных преобразований уравнение (8) примет вид

$$\ddot{f} a_0(\xi) + \dot{f} \mu a_1(\xi) + \bar{f} \Omega_0^2 \left(\frac{\ell}{V}\right)^2 [b - b_1(\xi)] = \frac{2q_0}{m\pi} \left(\frac{\ell}{V}\right)^2 a_1(\xi), \quad (9)$$

где  $a_0(\xi) = 1 + \frac{\mu}{2\pi}(2\pi\xi - \sin(2\pi\xi))$ ;

$$a_1(\xi) = 1 - \cos(2\pi\xi);$$

$$b = 1 + \frac{2}{M\Omega_0^2} \sum_{i=1}^n c_i \sin^2\left(\frac{\pi x_{oi}}{\ell}\right) - \frac{N_0 \pi^2}{M \ell \Omega_0^2};$$

$$b_1(\xi) = \frac{\pi^2}{M \ell \Omega_0^2} N_1 \cos\left(v \frac{\ell}{V} \xi\right) + \frac{\mu}{\Omega_0^2} \left(\frac{V}{\ell}\right)^2 \pi^2 a(\xi) + \frac{\omega^2}{\Omega_0^2} \sin\left(\omega \frac{\ell}{V} \xi\right);$$

$$a(\xi) = 2\pi\xi - \sin(2\pi\xi),$$

где  $\Omega_0^2 = \frac{EI}{m} \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^4$  - квадрат частоты свободных поперечных колебаний

для стержня оправки по 1-ой форме.

Разделив уравнение (9) на  $a_0(\xi)$  пренебрегая кориолисовыми силами инерции, получим:

$$\ddot{f} + \bar{f} \Omega_0^2 \left(\frac{\ell}{V}\right)^2 \frac{b - b_1(\xi)}{a_0(\xi)} = \frac{2q_0}{m\pi} \left(\frac{\ell}{V}\right)^2 \frac{a_1(\xi)}{a_0(\xi)} \quad (10)$$

Для решения дифференциального уравнения (10) аппроксимируем коэффициент  $\Omega_0^2 \frac{b - b_1(\xi)}{a_0(\xi)}$  по способу прямой линеаризации (5) выражением

$$a\xi^2 + \gamma\xi + c.$$

Образую функцию невязки для оценки погрешности вычисления коэффициентов  $a, \gamma, c$ .

$$r(\xi) = \Omega_0^2 \frac{b - b_1(\xi)}{a_0(\xi)} - (a\xi^2 + \gamma\xi + c)$$

Для определения коэффициентов аппроксимации минимизируем функционал  $\int_0^1 r^2(\xi) d\xi$  по параметрам  $a, \gamma, c$

$$I = \int_0^1 r^2(\xi) d\xi \rightarrow \min_{a, \gamma, c}$$

Искомые параметры коэффициентов  $a, \gamma, c$  находим из условий

$$\frac{\partial I}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial I}{\partial \gamma} = 0; \quad \frac{\partial I}{\partial c} = 0.$$

Для уменьшения вычислений воспользуемся правилом дифференцирования определенного интеграла по параметру.

$$\frac{\partial I}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a} \left[ \int_0^1 r^2(\xi) d\xi \right] = 2 \int_0^1 \left[ r(\xi) d\xi \frac{\partial r(\xi)}{\partial a} \right] = 0$$

Таким образом, получим

$$\frac{\partial I}{\partial a} = \int_0^1 r(\xi) \frac{\partial r(\xi)}{\partial a} d\xi = 0;$$

$$\frac{\partial I}{\partial a} = \int_0^1 \left[ \Omega_0^2 \frac{b - b_1(\xi)}{a_0(\xi)} - (a\xi^2 + \gamma\xi + c) \right] \xi^2 d\xi = 0 \quad (11)$$

Аналогично запишем

$$\frac{\partial I}{\partial \gamma} = \int_0^1 \left[ \Omega_0^2 \frac{b - b_1(\xi)}{a_0(\xi)} - (a\xi^2 + \gamma\xi + c) \right] \xi d\xi = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial I}{\partial c} = \int_0^1 \left[ \Omega_0^2 \frac{b - b_1(\xi)}{a_0(\xi)} - (a\xi^2 + \gamma\xi + c) \right] \xi^2 d\xi = 0$$

Подставив в выражения (11, 12) значения  $b_1(\xi)$ ,  $a_0(\xi)$  и проделав некоторые преобразования, получим систему линейных алгебраических уравнений.

$$\Omega_0^2 b I_1 - \Omega_0^2 \left( \frac{N_1}{N_{кр}^3} I_2' + \frac{m_q V^2}{\pi N_{кр}^3} I_2'' + \frac{\omega^2 m \ell^2}{\pi^2} I_2''' \right) - \frac{a}{5} - \frac{\gamma}{4} - \frac{c}{3} = 0 \quad (13)$$

$$\Omega_0^2 b I_3 - \Omega_0^2 \left( \frac{N_1}{N_{кр}^3} I_4' + \frac{m_q V^2}{\pi N_{кр}^3} I_4'' + \frac{\omega^2 m \ell^2}{\pi^2} I_4''' \right) - \frac{a}{4} - \frac{\gamma}{3} - \frac{c}{2} = 0 \quad (14)$$

$$\Omega_0^2 b I_5 - \Omega_0^2 \left( \frac{N_1}{N_{кр}^3} I_6' + \frac{m_q V^2}{\pi N_{кр}^3} I_6'' + \frac{\omega^2 m \ell^2}{\pi^2} I_6''' \right) - \frac{a}{3} - \frac{\gamma}{2} - c = 0, \quad (15)$$

где  $N_{кр}^3$  - эйлерова критическая сила.

Решая систему уравнений (13,14,15) определяем коэффициенты  $a$ ,  $\gamma$ ,  $c$ .

Решением однородного гипергеометрического уравнения

$$\ddot{\bar{f}} + \left( \frac{\ell}{V} \right)^2 (a\xi^2 + \gamma\xi + c) \bar{f} = 0 \quad \text{при этом являются известные в литературе функции}$$

параболического цилиндра – функция Вебера [7].

Кривые, приведенные на рис.4, позволяют анализировать влияние изменения коэффициента  $\mu = \frac{m_q}{m}$  на величину интегралов функций взвешенных невязок  $I$ , предварительно образованных для формирования коэффициентов  $a$ ,  $\gamma$  и  $c$  исходного дифференциального уравнения (10).

Выражения для определения интегралов системы уравнений (13,14,15) приведены, а таблице 1.

Расчетные кривые динамических прогибов стержневой системы, для различных режимов прокатываемых труб на прошивных станах ТПА-140 и ТПА-250, приведенные на рис. 5, показывают на крайне неудовлетворительные условия функционирования механизмов выходной стороны ТПА и высокую разностенность гильз. Полученные данные хорошо согласуются с

результатами многочисленных экспериментальных исследований приведенных в работе [1].

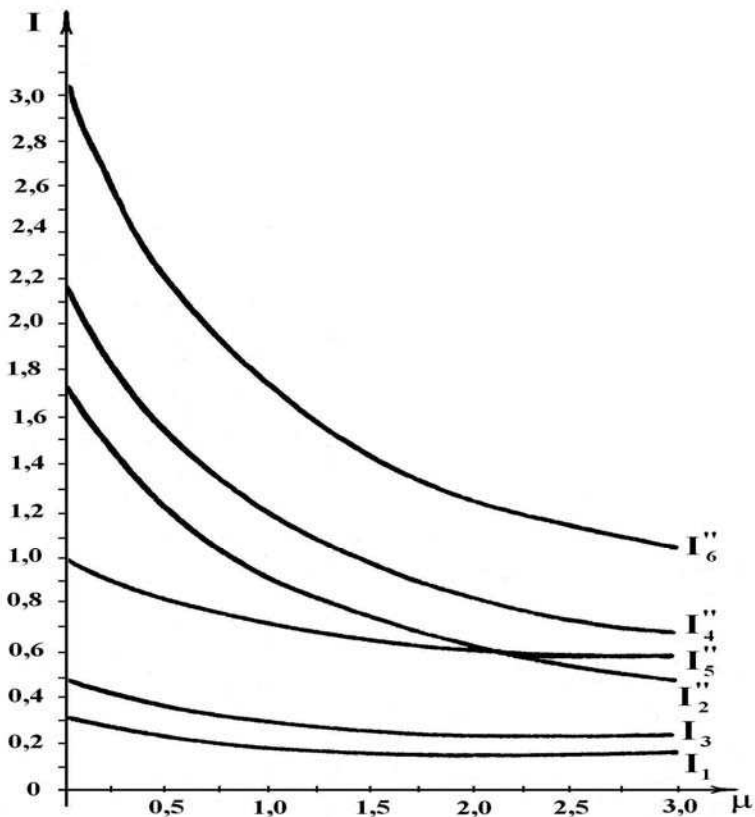


Рисунок 4 - Влияние коэффициента  $\mu = \frac{m_q}{m}$  на величину интегралов функции невязки I.

Таблица 1

Интегральные выражения, входящие в формулы 13, 14, 15

$I_1$	$\int_0^1 \frac{\xi^2}{A} d\xi$	$A = 1 + \frac{\mu}{2\pi} (2\pi\xi - \cos(2\pi\xi));$  $\mu = \frac{m_q}{m};$
$I_2'$	$\int_0^1 \frac{\xi^2 \cos(\xi\kappa)}{A} d\xi$	
$I_2''$	$\int_0^1 \frac{\xi^2 (2\pi\xi - \sin(2\pi\xi))}{A} d\xi$	
$I_3$	$\int_0^1 \frac{\xi}{A} d\xi$	
$I_4'$	$\int_0^1 \frac{\xi \cos(\kappa\xi)}{A} d\xi$	
$I_4''$	$\int_0^1 \frac{\xi (2\pi\xi - \sin(2\pi\xi))}{A} d\xi$	

$I_5$	$\int_0^1 \frac{1}{A} d\xi$	$\kappa = \frac{v\ell}{V};$
$I_6'$	$\int_0^1 \frac{\cos(\kappa\xi)}{A} d\xi$	
$I_6''$	$\int_0^1 \frac{2\pi\xi - \sin(2\pi\xi)}{A} d\xi$	$\kappa_1 = \frac{\Omega}{v}$
$I_2'''$	$\int_0^1 \frac{\xi^2 \cos(\kappa_1 \cdot \kappa \cdot \xi)}{A} d\xi$	
$I_4'''$	$\int_0^1 \frac{\xi \cos(\kappa_1 \cdot \kappa \cdot \xi)}{A} d\xi$	
$I_6'''$	$\int_0^1 \frac{\cos(\kappa_1 \cdot \kappa \cdot \xi)}{A} d\xi$	

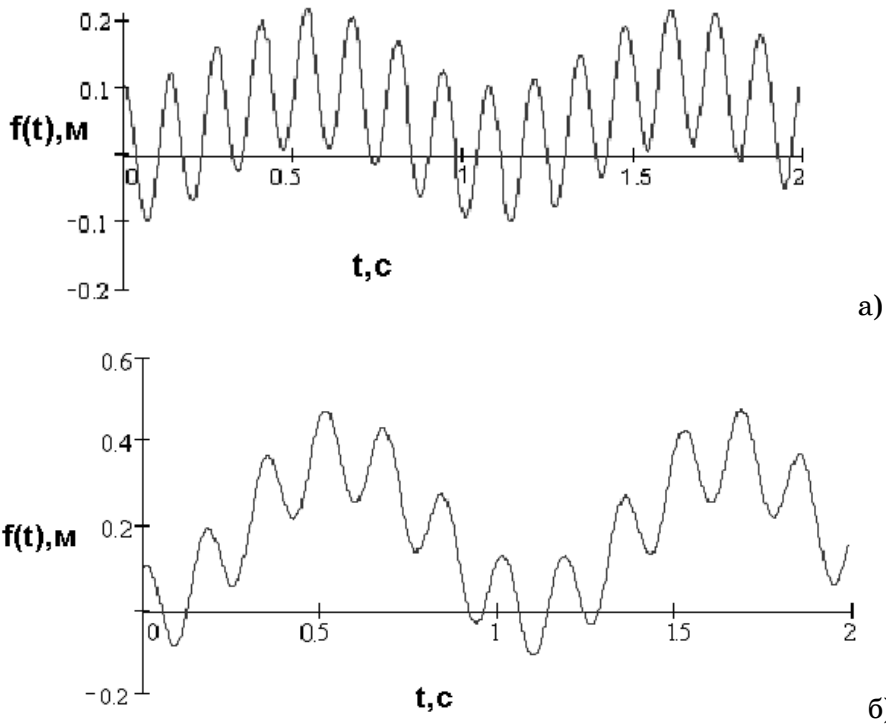


Рисунок 5. Динамические прогибы стержня удержания оправки прошивных станов: а) трубопрокатного агрегата 140 при прокатке труб Ш 57Ч3,5; б) трубопрокатного агрегата 250 при прокатке труб Ш 168Ч7,0

Диаграммы, приведенные на Рис.6, указывают на эффективность использования модернизированных центрователей в технологической линии станов винтовой прокатки трубопрокатных агрегатов. За счет снижения виброактивности системы достигнуто повышение качества прокатываемых труб на 17-20%.



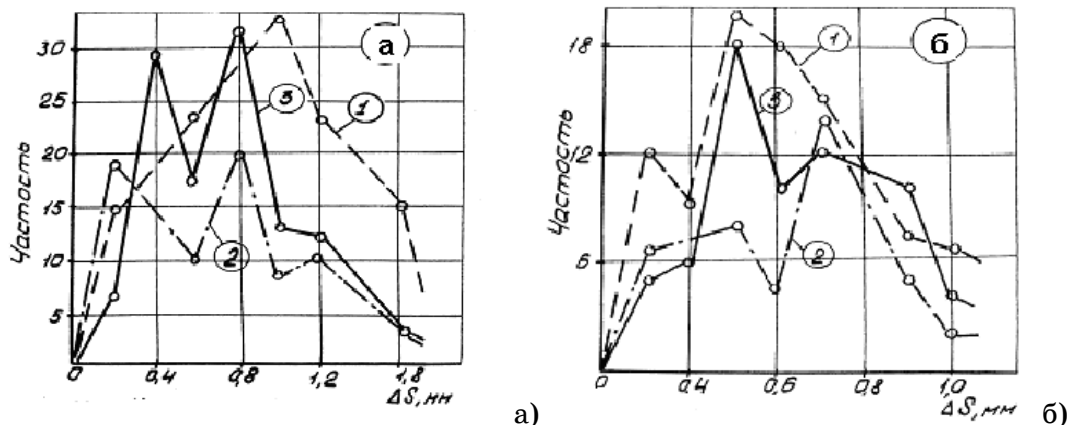


Рисунок 7 - Диаграмма распределения продольной разностенности горячекатаных труб (а) до и б) после модернизации центрователей стержня оправки): 1 - ТПА-140; 2 - ТПА-250; 3 - ТПА -350

### Выводы

В работе изложена методика построения математической модели стержневой системы механизма удержания оправки ТПА.

Получено дифференциальное уравнение движения стержня с оправкой и указан путь его решения.

Построенная модель может служить исходным материалом для решения задач анализа динамического состояния ТПА, для решения задач пассивного или активного управления динамическим состоянием стержневой системы ТПА.

Для снижения виброактивности стержня рекомендуется использовать центрователи стержневой системы конструкции ВНИИметмаш (Россия) с удлиненной бочкой рабочего ролика в пределах 800ч900 мм.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Оклея Л.Н. Качество горячекатаных труб. М.: Металлургия, 1986, 144с.
2. Вибрации в технике. Справочник в 6-ти томах. Том 3 /под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова. – М.: Машиностроение, 1980, 544с.
3. Светлицкий В.А., Стасенко Н.В. Сборник задач по теории колебаний. – М.: Высшая школа, 1973, с 451.
4. Кучма Т.К., Моргаевский А.Б. Расчет пластин на подвижные нагрузки. Труды VII Всес. конф. по теории пластин и оболочек. – М.: Наука, 1970, с.346-350.
5. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. – Л.: Машиностроение, 1976, с.319
6. Новицкий В.В. Дельта-функция и ее применение в строительной механике. Расчет пространственных конструкций. Вып. УШ. /Под ред. А.А. Уманского. – М.: Гос. изд-во лит-ры по стр-ву, арх-ре и стр. мат-лам, 1962, с. 207-244.
7. Справочник по специальным функциям. /Под ред. М.А Абрамовича и И.Стиган. – М.: Наука, 1979, с.832.