УДК 517.9:621.78:669.14

В.И. Цоцко, А.И. Денисенко, И.М. Спиридонова, Б.И. Пелешенко

АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР ОДНОМЕРНОГО ОБРАЗЦА В УСЛОВИЯХ МЕСТНОЙ ТЕРМОЦИКЛИРУЮЩЕЙ ОБРАБОТКИ

В условиях периодического нагрева и охлаждения поверхности одномерной металлической модели аналитически исследовано температурное поле по всей глубине модели в зависимости от времени. Результаты исследования могут быть применены при термоциклировании, при диффузионном насыщении поверхностного слоя металлов, в процессах местной термообработки деталей.

В умовах періодичного нагрівання та охолодження поверхні одновимірної металевої моделі аналітично досліджено температурне поле по всій глибині моделі в залежності від часу. Результати дослідження можуть бути застосовані при термоциклюванні, при дифузійному насиченні поверхневого шару металів, в процесах місцевої термообробки деталей.

In conditions of periodical heating and cooling of the surface of one-dimensional model, the temperature field along all the depth of the model depending upon time was analytically studied. The results of the study may be applied in thermal cycling, diffusion saturation of the surface layer of metals or in the processes of local thermal treatment of parts.

Введение. В последнее время повышенный интерес вызывают результаты термоциклической обработки (ТЦО) металлов, в частности сталей [1]. Исследования негативного влияния термоциклического воздействия на металлы, моделирующего широкий класс явлений термической усталости, привело к выявлению ряда позитивных следствий, имеющих практическое значение.

Металлические изделия, в том числе изготовленные на основе железа, преимущественно функционируют в условиях изменяющихся температур. В процессе изготовления или ремонта они также подвергаются переменному тепловому воздействию. Под влиянием температурных колебаний вследствие релаксации термических напряжений, обусловленных температурными градиентами и термоструктурными изменениями, свойства металлов необратимо изменяются. В результате возникают повреждения поверхности, развиваются несплошности, изменяются форма и размеры тел.

Большую роль в развитии структурной и размерной нестабильности играют фазовые превращения, благодаря которым явление термической усталости металлов усложняется. Одной из причин необратимого изменения объема металлических сплавов является развитие в них пористости: при растворении и осаждении примесей в твердых растворах, при растворении жидких избыточных фаз, при газообразовании. Примером размерной нестабильности, обусловленной фазовыми превращениями, является рост графитизированных сплавов железа.

Причиной необратимого формоизменения и утраты высоких значений механических свойств часто являются повторяющиеся полиморфные превращения. В металлах они совершаются в узком температурном интервале и сопровождаются заметным объемным эффектом, в результате последовательного развития перекристаллизации. Многократное повторение фазовых превращений при эксплуатации материалов вызывает необратимые формоизменения и приводит к термоусталостному разрушению изделий. При определенном ограничении количества термоциклов последствия, вызываемые фазовыми переходами, могут быть благоприятными в контексте ряда свойств металлов, например, способствовать упрочнению, проявлению сверхпластичности, повышению твердости [2, с. 5]. Так, например, при ударно-волновой обработке и последующих циклических изменениях температуры чугуна выявлено дробление пластинчатых включений графита на более мелкие сферические формы, равномерно распределенные в металлической матрице, что придает чугуну изотропный характер объемного распределения физических свойств [3, с. 247].

Выявление оптимального числа термоциклов для конкретного типа изделий из заданного материала с целью формирования необходимых функциональных свойств можно выделить в качестве отдельной исследовательской задачи. Например, в работе [4] авторы при испытании сталей 30, 45, 60 на ударную вязкость оптимальными считают 5-6 термоциклов. В решении задачи оптимизации необходимо точно контролировать и учитывать температурное поле в металле.

В основном ТЦО предусматривает периодизацию нагревов и охлаждений с проведением полной фазовой перекристаллизации в каждом цикле [5]. Циклическая термообработка может использоваться и без перехода через критические точки, например, для отжига сварных соединений с целью снятия структурных напряжений в изделиях. При этом могут быть реализованы достаточно высокие скорости нагрева (10...120 К/с) [6], что требует четкого разграничения областей необходимых и нежелательных температур.

В условиях скоростных нагревов и охлаждений фазовые превращения, термоциклические эффекты зависят от градиента температуры. Влияние температурных градиентов на формирование локальных и общих для всего образца сжимающих и растягивающих напряжений при различных темпах нагрева и охлаждения поверхностных слоев относительно сердцевины достаточно тонко [5 с. 11]. Поэтому точное представление поля градиента температуры в металле при термоциклировании весьма актуально.

Формоизменение металлов при термоциклировании, помимо влияния величины температуры и температурных градиентов, закрепляется диффузионными процессами. Необратимое изменение формы сопровождается направленными диффузионными потоками вакансий и дислоцированных атомов в анизотропной среде.

ТЦО в отличие от одноразовой термической обработки в большей степени выявляет положительное воздействие легирования на прочность и пластичность [7]. Варианты применения режимов ТЦО в едином технологическом процессе термообработки и диффузионного насыщения металлов приводятся в работах [8] и [9] на примере цементации и азотирования конструкционных и инструментальных сталей.

Температура играет роль включателя диффузионных потоков в материалах. Импульсное температурное воздействие на диффузию более эффективно, чем действие постоянных температур, поскольку в среде запускаются релаксационные механизмы, воздействие как бы продолжается по инерции. Кроме того, периодическое возмущение, особенно в сочетании с резонансными процессами, расшатывая кристаллическую решетку, снижает сопротивление среды диффузионным потокам.

Изучение температурного поля в качестве причины термических напряжений и фазовых превращений в металле, а также как регулятора скорости диффузионных потоков в условиях периодического теплового воздействия, выступает важной задачей термоциклирования, особенно в контексте локальной термической обработки. В условиях местного нагрева с применением высокоинтенсивных источников энергии, когда развиваются высокие скорости изменения температуры, выяснение характера распределения температуры в поверхностном слое обрабатываемого металла и его временных тенденций является актуальным направлением исследований.

Анализ публикаций. Для быстропротекающих неравновесных процессов в условиях локального нагрева и охлаждения поверхности металла экспериментально определить температуру, скорости ее изменения, другие параметры тепловых потоков затруднительно. Поэтому, в процессе решений многих задач динамической металлофизики прибегают к математическому моделированию исследуемых явлений, что существенно ускоряет получение результата и экономит затрачиваемые ресурсы.

Аналитическое решение уравнения теплопроводности в одномерном приближении для полубесконечной однородной модели среды требует задания лишь одного краевого условия – зависимости температуры на поверхности среды от времени. При периодическом изменении указанной температуры (задача Фурье) для достаточного удаления от начального момента времени в глубине среды также устанавливаются колебания температуры с той же частой, причем [10, с. 247]:

1. Амплитуда колебаний экспоненциально убывает с глубиной.

2. Температурные колебания в различных точках среды происходят со сдвигом фазы. Время запаздывания экстремумов температуры пропорционально удалению от граничной поверхности среды.

3. Глубина проникновения тепла в среду зависит от периода колебаний температуры на поверхности. Чем меньше период, тем меньше глубина проникновения температуры.

 ISSN 1991-7848

Наиболее простой подход к отысканию решения задачи Фурье реализуется путем введения комплексной переменной с последующим выделением действительной части в решении [10, с. 242], [11, с.177].

Таким образом, периодические колебания температуры на границе среды приводят к колебаниям той же частоты и во всех остальных точках среды с некоторым запаздыванием, пропорциональным удалению от граничной поверхности. Указанные возмущения температуры, распространяющиеся с некоторой скоростью от источника возмущений, имеют смысл температурной волны. Скорость c и длина волны λ определяются коэффициентом температуропроводности a^2 и периодом τ колебаний температуры: $c = 2\sqrt{\frac{\pi a^2}{\tau}}$; $\lambda = 2\sqrt{\pi a^2 \tau}$ [11, с. 178].

Задача Фурье без начальных условий для ограниченного отрезка также приводит к решению в виде гармонической функции или суперпозиции гармоник [10, с. 244].

Однако указанные решения отвечают моментам времени достаточно удаленным от начального, когда влияние начальных условий практически не сказывается на распределении температуры в момент наблюдения.

Температурное поле единичного цикла нагрева и охлаждения на примере низкоуглеродистой стали в условиях местного интенсивного воздействия с широким диапазоном скоростей нагрева и охлаждения исследовано в работах [12],[13],[14]. Указанные работы не охватывают синтетическое действие всей совокупности циклов и могут служить лишь для анализа фрагментов периодического теплового воздействия на металлическую модель. Кроме того, в данных работах периодическое воздействие температуры моделируется с помощью линейных, а не гармонических функций, что существенно упрощает анализ, но не имеет стандартной общности.

Постановка задачи

Целью настоящей работы является аналитическое исследование закономерностей распределения температуры, формирующегося в одномерной конечной металлической модели (образце) при периодическом тепловом воздействии на ее поверхность. Исходя из представления произвольного периодического воздействия в виде суммы гармонических воздействий и условия поддержания постоянной температуры на другой граничной поверхности, рассмотрим изменения температуры по всей глубине модели в зависимости от времени.

Основная часть

Для достижения цели исследования необходимо решить уравнение теплопроводности в одномерном приближении для конечной модели с учетом дополнительных условияй.

Однородное уравнение теплопроводности для одномерной модели изотропной среды имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \qquad (1)$$

где T – температура, t – время, x – координата, a^2 – коэффициент температуропроводности однородной среды.

Начальное распределение температуры $\varphi(x)$ в среде задается как стационарное в образце протяженностью l при постоянных значениях температуры на его границах – T_1 при $x = 0$ и T_2 при $x = l$:

$$\varphi(x) = T(x,0) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{l} x. \qquad (2)$$

Граничные условия в образце задаются соответственно выражениями:

$$\mu_1(t) = T(0,t) = T_1 - A + A\cos\omega t, \qquad (3)$$

$$\mu_2(t) = T(l,t) = T_2. \qquad (4)$$

Решение поставленной задачи будем искать в виде

$$T(x,t) = u(x,t) + v(x,t), \qquad (5)$$

где $u(x,t)$ – стандартная вспомогательная функция

$$u(x,t) = \mu_1(t) + \frac{x}{l}\left[\mu_2(t) - \mu_1(t)\right] = T_1 - A + A\cos\omega t + \frac{x}{l}\left(T_2 - T_1 + A - A\cos\omega t\right), \qquad (6)$$

а $v(x,t)$ – некоторая неизвестная функция, имеющая смысл отклонения от $u(x,t)$.

Для функции $v(x,t)$ уравнение (1) преобразуем к виду:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + f(x,t),$$

где

$$f(x,t) = -\left(\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right);$$

$$f(x,t) = -\left(-A\omega\sin\omega t + \frac{x}{l} A\omega\sin\omega t\right) = A\omega\left(1 - \frac{x}{l}\right)\sin\omega t.$$

Тогда

$$v(x,0) = \varphi(x) - u(x,0) = \left(T_1 - \frac{T_1 - T_2}{l}x\right) - \left(T_1 + \frac{x}{l}(T_2 - T_1)\right) = 0,$$

$$v(0,t) = \mu_1(t) - u(0,t) = 0,$$

$$v(l,t) = \mu_2(t) - u(l,t) = 0,$$

и имеем нулевые краевые условия.

Неоднородное уравнение с нулевыми начальным и граничными условиями имеет решение в виде разложения в ряд Фурье по функциям $\left\{\sin\frac{\pi n}{l}x\right\}$, где $n = 1, 2, 3, \ldots$:

$$v(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(t) \sin\frac{\pi n}{l} x,$$

здесь

ISSN 1991-7848

$$\nu_n(t)=\int_0^t exp\left(-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2(t-\tau)\right)\cdot f_n(\tau)d\tau\ ,$$

а $f_n(t)$ – коэффициенты Фурье разложения функции $f(x,t)$ в ряд Фурье по переменной x:

$$f(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) sin\frac{\pi n}{l}x\ ;$$

$$f_n(t)=\frac{2}{l}\int_0^l f(\xi,t) sin\frac{\pi n}{l}\xi d\xi\ .$$

Определим $f_n(t)$:

$$f_n(t)=\frac{2}{l}\int_0^l A\omega\left(1-\frac{\xi}{l}\right)\sin\omega t\cdot\sin\frac{\pi n}{l}\xi d\xi=$$

$$=A\omega\sin\omega t\left(\frac{2}{l}\int_0^l\sin\frac{\pi n}{l}\xi d\xi-\frac{2}{l}\int_0^l\frac{\xi}{l}\sin\frac{\pi n}{l}\xi d\xi\right)=$$

$$=A\omega\sin\omega t\left(-\frac{2}{\pi n}\cos\frac{\pi n}{l}\xi\Big|_0^l-\frac{2}{l^2}\int_0^l\xi\sin\frac{\pi n}{l}\xi d\xi\right)=$$

$$=A\omega\sin\omega t\,\frac{2}{\pi n}(1-\cos\pi n)+\frac{2}{\pi n}\cos\pi n=\frac{2}{\pi n}A\omega\sin\omega t\ .$$

Здесь интеграл

$$\int_0^l\xi\sin\frac{\pi n}{l}\xi d\xi=-\frac{l^2}{\pi n}\cos\pi n.$$

берется по частям.

Далее определим $\nu_n(t)$:

$$\nu_n(t)=\int_0^t\exp\left(-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2(t-\tau)\right)\cdot f(\tau)d\tau=$$

$$=\exp\left(-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t\right)\int_0^t\exp\left(-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\tau\right)\cdot\frac{2}{\pi n}A\omega\sin\omega\tau\cdot d\tau=$$

$$=\frac{2}{\pi n}A\omega\cdot\exp\left(-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t\right)\int_0^t\exp\left(-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\tau\right)\sin\omega\tau\cdot d\tau=$$

$$=\frac{2}{\pi n}A\omega\cdot\exp\left(-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t\right)\cdot I\ .$$

Интеграл

$$I=\int_0^t\exp\left(-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\tau\right)\cdot\sin\omega\tau\cdot d\tau$$

берется путем двойного применения формулы интегрирования по частям и использования реккурентной формулы.

$$I=\frac{1}{\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\right]^2+\omega^2}\cdot\left\{\exp\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t\right]\cdot\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\sin\omega t-\omega\cos\omega t\right]+\omega\right\}$$

Тогда

$$\nu_n(t)=\frac{2}{\pi n}A\omega^2\cdot\frac{1}{\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\right]^2+\omega^2}\cdot\exp\left(-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t\right)+$$

$$+\frac{2}{\pi n}A\omega\cdot\frac{1}{\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\right]^2+\omega^2}\cdot\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\sin\omega t-\omega\cos\omega t\right]$$

Поскольку

$$\nu(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\nu_n(t)\sin\frac{\pi n}{l}x\,,$$

а

$$\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\sin\omega t-\omega\cos\omega t\right]=-\cos(\omega t+\varphi_n)\,,$$

учитывая, что $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$, где

$$\sin\varphi_n=\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\,,\ \cos\varphi_n=\omega\,;\ \text{или}\ tg\,\varphi_n=\frac{\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2}{\omega}\,,$$

получим

$$\nu(x,t)=\sum_{n-1}^{\infty}\frac{2}{\pi n}A\omega^2\cdot\frac{1}{\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\right]^2+\omega^2}\cdot\exp\left[-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t\right]\cdot\sin\frac{\pi n}{l}x-$$

$$-\sum_{n-1}^{\infty}\frac{2}{\pi n}A\omega\cdot\frac{1}{\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\right]^2+\omega^2}\cdot\cos(\omega t+\varphi_n)\cdot\sin\frac{\pi n}{l}x$$

$$\nu(x,t)=\sum_{n-1}^{\infty}\frac{2}{\pi n}A\omega^2\cdot\frac{1}{\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\right]^2+\omega^2}\cdot\left\{\begin{array}{l}\exp\left[-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t\right]+\\ +\left[\dfrac{\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2}{\omega}\sin\omega t-\cos\omega t\right]\end{array}\right\}\cdot\sin\frac{\pi n}{l}x$$

Вводя обозначения:

ISSN 1991-7848

$$B_n = \frac{2}{\pi n} A\omega^2 \cdot \frac{1}{\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\right]^2 + \omega^2}; \qquad C_n = \frac{2}{\pi n} A\omega \cdot \frac{1}{\left[\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2\right]^2 + \omega^2};$$

или

$$B_n = \frac{2}{\pi n} A\omega^2 \cdot \frac{l^4}{\left[(\pi n)^2 a^2\right]^2 + \left(l^2\omega\right)^2}; \qquad C_n = \frac{2}{\pi n} A\omega \cdot \frac{l^4}{\left[(\pi n)^2 a^2\right]^2 + \left(l^2\omega\right)^2};$$

отклонение $\nu(x,t)$ можно представить в виде

$$\nu(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \exp\left[-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t\right] \cdot \sin\frac{\pi n}{l} x - \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos\left(\omega t + \varphi_n\right) \cdot \sin\frac{\pi n}{l} x \qquad (7)$$

Согласно соотношениям (5) и (6), определяется температура $T(x,t)$.

Задача решена.

Выводы

Анализируя полученное решение, можно отметить, что первое слагаемое оказывает влияние лишь в начальный промежуток времени, а второе слагаемое отображает волновой процесс передачи температурного возмущения в среде.

Решение (7) имеет существенные отличия от рассмотренных аналогов [10, с. 243- 244], что обусловлено различной постановкой задач по отношению к времени процесса.

Применяя полученное решение для конкретного материала, например, образца низкоуглеродистой стали заданной протяженности, и, определяясь с начальными и граничными условиями (2), (3), (4) задачи, можно рассчитать температурное поле образца в произвольном временном срезе. Особенно интересны результаты для начального промежутка времени, поскольку они не отражены в известных решениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов А.А., Слюсарев В.Ю., Лейрих И.В. Термоциклическая обработка стали. // Черная металлургия. – 1990, № 3. С. 32-41.
2. Баранов А.А.. Фазовые превращения и термоциклирование металлов. Наукова думка. К, 1974. 232 с.
3. Физика импульсной обработки материалов / Под ред. проф. В.В. Соболева. Днепро-петровск, АРТ-ПРЕСС, 2003. – 336 с.
4. Федюкин В.К. Метод термоциклической обработки металлов. – Л.: ЛГУ, 1984. – 190 с.
5. Кидин И.Н. Физические основы электротермической обработки металлов и сплавов. – М., 1969. – 375 с.
6. Агеенко С.Б., Горелкова Л.Е., Приходченко В.А., Орлов М.В. Влияние циклической электротермической обработки на свойства сварного соединения вал-турбоколесо из сталей 40Х и 40Г со сплавом СЖЛ-800. // Оборудование и технологии термической обработки металлов и сплавов. Сборник докладов 6-й Международной конференции. Раздел 11. Технологии термической и термомеханической обработки. Харьков, 2005. С. 127-128.

7. Александров С.А., Гуревич Т.Н. Анализ режимов термоциклической обработки конструкционных сталей // Металловедение и термическая обработка металлов. – 1982. – № 10. С. 17-20.
8. Лебедев Т.А., Симочкин В.В. Влияние ТЦО на свойства цементируемых конструкционных сталей // Термоциклическая обработка металлических изделий. – Л.: Наука, 1982. – С. 103-104.
9. Лебедев Т.А., Симочкин В.В., Рябова Т.С. Влияние предварительной ТЦО на свойства азотированного слоя и сердцевины конструкционных и инструментальных сталей. // Термоциклическая обработка деталей машин: Тез. докл. Всесоюзн. научно-технич. семинара.– Волгоград, 1981. – С. 120-122.
10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука. – 1972. - 736 с.
11. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Наука. – 1979. - 552 с.
12. Цоцко В. И., Денисенко А.И. Температурные характеристики поверхностного слоя низкоуглеродистых сталей в условиях линейного нагрева поверхности. // Вісник Дніпропетровського національного університету. 2004, № 2/2, с. 72-77.
13. Цоцко В. І., Спиридонова І. М., Пелешенко Б. Г., Денисенко О.І. Розподіл температури одновимірного зразка в умовах місцевої термообробки. // Фізика і хімія твердого тіла. 2008. Т. 9. - № 1. С. 181-184.
14. Денисенко А.И., Цоцко В. И., Спиридонова И. М., Пелешенко Б. И. Аналитическое моделирование температурного поля одномерного образца в условиях местной термообработки. // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 3 (56). – Том 2. – Дніпропетровськ, 2008. С. 22-29.

 ISSN 1991-7848