

## О ПРОБЛЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ СКОРОСТНОЙ СФЕРОИДИЗИРУЮЩЕЙ ОБРАБОТКИ УГЛЕРОДИСТЫХ И НИЗКОЛЕГИРОВАННЫХ СТАЛЕЙ

*Представлено математическое описание кинетики распада переохлажденного аустенита с учетом особенностей скоростных режимов сфероидизирующей обработки стали. Полученные результаты обсуждаются с позиций возможного выбора параметров термообработки углеродистых и низколегированных сталей при разработке соответствующих математических моделей.*

*Представлено математичний опис кінетики розпаду переохоложеного аустеніту з урахуванням особливостей швидкісних режимів сфероїдируючої обробки сталі. Отримані результати обговорюються з позицій можливого використання при розробці математичної моделі вибору параметрів термообробки вуглецевих і низьколегованих сталей.*

*The mathematical description of disintegration kinetics of supercooled austenite taking into account the special features of the high-speed modes of spheroidizing steel processing is represented. The obtained results are discussing from the position of their possible usage with the development of the mathematical models of the selection of the parameters of the heat treatment of carbonaceous and low-alloyed steel.*

**Постановка проблемы.** В настоящее время термическая обработка (ТО) металла является наиболее перспективным и технологически легко реализуемым способом коренного улучшения потребительского качества металлоизделий. Сегодня ТО, как способ подготовки металла к последующей холодной пластической деформации (высадке), реализуется различными технологическими процессами.

Известно, что стали для холодной высадки должны иметь в исходном состоянии структуру зернистого перлита определенного балла, т. е. перлита с глобулярной формой карбидной фазы определенного размера. Такая структура, по сравнению со структурой пластинчатого перлита, обладает рядом достоинств [1]. Для получения структуры с частично или полностью сфероидизированной карбидной фазой, обладающей наилучшей технологичностью и экономичностью при последующих переделах, металлоизделия подвергают сфероидизирующему отжигу. Возможны несколько принципиально различных способов проведения сфероидизации карбидной фазы. Первый – непосредственная сфероидизация, осуществляемая путем нагрева стали до подкритических температур и выдержки в течение времени, достаточного для завершения процессов сфероидизации; второй – создание условий для абнормального распада аустенита на структуру зернистого перлита. Оба способа сфероидизации карбидной фазы требуют длительного времени для реализации процесса ТО и обладают рядом других недостатков [2].

Прогрессивным способом ТО металлоизделий является электротермическая обработка металла. Отличительной особенностью электротермической обработки металлоизделий являются высокие скорости нагрева. В отличие от обычных (печных) методов ТО при электротермической обработке появляются дополнительные источники воздействия на структуру, основными из которых являются фазовые превращения, градиенты температур и термические напряжения, обусловленные разницей теплофизических характеристик фаз, составляющих структуру. Такая технология обеспечивает получение более высокого комплекса свойств обрабатываемого металла по сравнению с печным нагревом. Поэтому знание закономерностей формирования структуры, а значит и свойств материала при скоростном нагреве и интенсивном охлаждении является актуальной задачей.

**Анализ последних достижений в данной области.** Современное оборудование позволяет вести процесс ТО со скоростью нагрева от десятых долей градусов в секунду (печной нагрев) до сотен (нагрев электроконтактный и токами высокой частоты). Температурный диапазон зависит от назначения термического воздействия, физико-механических и теплофизических свойств материала, а также от его структурного состояния.

Основные цели сфероидизирующего отжига – перекристаллизация стали и устранение внутренних напряжений. Это позволяет обеспечить требуемый уровень комплекса свойств: пределов прочности и текучести, пластичности и вязкости. При высоких скоростях нагрева рост аустенитного зерна происходит медленно и потому нагрев до высоких температур не ведет к интенсивному увеличению зерна. Увеличение размеров зерен идет при переменной температуре нагрева в 3 раза медленнее, чем в изотермических условиях при соответствующей температуре [2]. Если произвести охлаждение стали, нагретой на 10-15<sup>0</sup>С выше температуры точки Ас<sub>1</sub>, то вследствие обратной перекристаллизации образуется мелкое зерно перлита. В процессе охлаждения стали распад аустенита происходит следующим образом: вначале распадаются на феррит и перлит те мелкие зерна аустенита, которые имеют меньшую концентрацию углерода (внутренние), т.е. начинается выделение феррита в центральной части аустенитных зерен. В результате быстрого нагрева стали до температуры несколько выше точки Ас<sub>1</sub> с последующим полным охлаждением получим структуру состоящую из зерен феррита и мелкозернистой смеси перлита и феррита, т.е. Ф+(Ф+П). Получение мелкодисперсной структуры всегда благоприятно для механических свойств металлов.

Для получения в структуре сталей цементита (или карбидов) не в виде пластин, а в виде мелких зерен нагрев ведут до температуры несколько выше точки Ас<sub>1</sub>, далее охлаждают до начала перлитного превращения и не дожидаясь его окончания, быстро охлаждают до комнатной температуры [2]. В результате такой ТО образуется зернистый перлит по всему объему металла.

В результате быстрого нагрева и неполной аустенизации стали для холодной высадки происходит частичное растворение пластин цементита. При последующем охлаждении со скоростью  $5^{\circ}\text{C}$  в минуту в интервале температур ( $T_{\text{н}}\text{-Ar}_1$ ) образовавшийся аустенит распадается по аномальному механизму на феррит и цементит, что обеспечивает сфероидизацию структуры [3]. Характер превращения переохлажденного аустенита борсодержащих сталей 20Г2Р, 30Г1Р подробно описан в работах [8,9]. Выявлены особенности влияния скорости охлаждения недеформированного аустенита на объемную долю структурных составляющих указанных сталей. В результате проведенных исследований получены качественные характеристики структурообразования борсодержащих сталей. Исследования [10] режимов отжига с индукционным нагревом легированных сталей для высокопрочного крепежа позволили установить степень влияния скорости охлаждения на дисперсность карбидов и распределение структурных составляющих. Установлено, что увеличение скорости охлаждения сопровождается изменением микроструктуры и более равномерным распределением ее составляющих.

Как видим, в настоящее время накоплен определенный опыт проведения электротермической обработки с целью получения требуемой структуры металла, определяющей механические свойства обрабатываемых сталей [2-11]. Однако указывается [11] на то, что существует предельная величина скорости охлаждения, при которой достигается определенная степень сфероидизации.

Таким образом, в настоящее время опубликовано большое количество работ, в которых рассматриваются вопросы влияния скорости охлаждения при электротермической обработке углеродистых и низколегированных сталей на структурообразование, а, следовательно, на формирование требуемых механических свойств металлоизделий. Однако имеющиеся научные данные являются разобщенными, в результате чего трудно установить общие закономерности и тенденции, определяющие степень влияния скорости охлаждения на механические свойства и степень сфероидизации цементита различных марок сталей.

Целью настоящих исследований является обобщение имеющихся экспериментальных данных о структурных превращениях при охлаждении углеродистых и низколегированных сталей и выявление закономерностей влияния скорости охлаждения на характер превращений в исследуемых сталях.

**Изложение основного материала исследования.** Исследования [8,9], выполненные автором в соавторстве, позволили получить качественную картину структурообразования в борсодержащей стали 30Г1Р (рис1,б), а по данным работы [12] построить кривые структурообразования для стали 20Г2Р рис.(1, а). Сопоставление кривых для соответствующих структурных составляющих показывает, что образование объемной доли бейнита, феррита, перлита как для стали 20Г2Р, так и для стали 30Г1Р осуществляются по кривым, имеющим общий характер изменения. Так, например, для бей-

нита при скорости охлаждения от  $0,5^{\circ}\text{C}/\text{c}$  до приблизительно  $10^{\circ}\text{C}/\text{c}$  наблюдается рост количества бейнита в пределах от 5% до 60-65%, а при дальнейшем увеличении скорости охлаждения до  $100^{\circ}\text{C}/\text{c}$  наблюдается резкое снижение доли бейнита в объеме структуры. Образование объемной доли феррита для обеих сталей характеризуется следующим распределением: при охлаждении со скоростью  $0,1^{\circ}\text{C}/\text{c}$  количество феррита составляет 60% для стали 30Г1Р и 65% для стали 20Г2Р. По мере роста скорости охлаждения объемная доля феррита уменьшается и при скорости приблизительно  $15^{\circ}\text{C}/\text{c}$  она составляет в объеме структур 5-15% для стали 20Г2Р и 25% для стали 30Г1Р. Доля перлитной составляющей при малых скоростях охлаждения (менее  $1^{\circ}\text{C}/\text{c}$ ) остается постоянной, либо незначительно увеличивается, а при дальнейшем увеличении скорости охлаждения снижается до 3-5%.

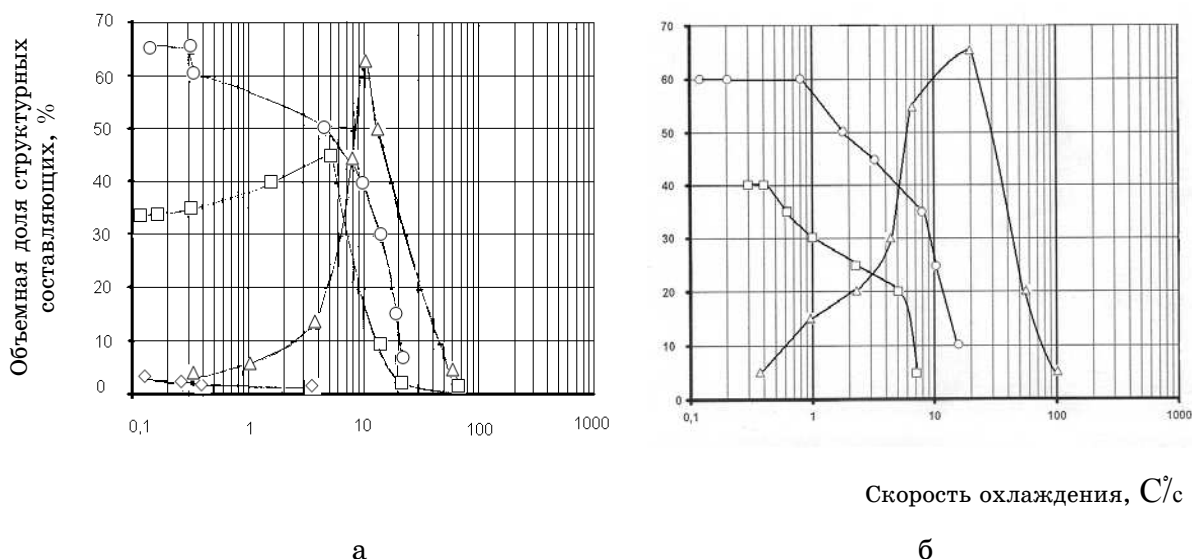


Рисунок 1 - Влияние скорости охлаждения на объемную долю структурных составляющих стали: а) 20Г2Р; б) 30Г1Р;  $\Delta$ - бейнит;  $\circ$ - феррит;  $\square$ - перлит.

Идентичное поведение в распределении соответствующих структурных составляющих для близких по назначению марок стали дает основание считать, что существуют группы сталей, которые будут характеризоваться приблизительно одинаковыми условиями формирования фазовых превращений.

Для проверки этой гипотезы построили кривые, характеризующие превращения аустенита при непрерывном охлаждении сталей марок 10 и 15. (рис. 2, а, б). Как видим, характеры превращений соответствующих структур близки. Сопоставление и анализ графического материала подтвердил гипотезу об имеющемся общем характере и тенденциях превращения переохлажденного аустенита для углеродистых сталей. Это открывает возможности прогнозирования механических свойств стали при проведении ТО путем разработки математической модели формирования параметров структуры при различных скоростях охлаждения металла.

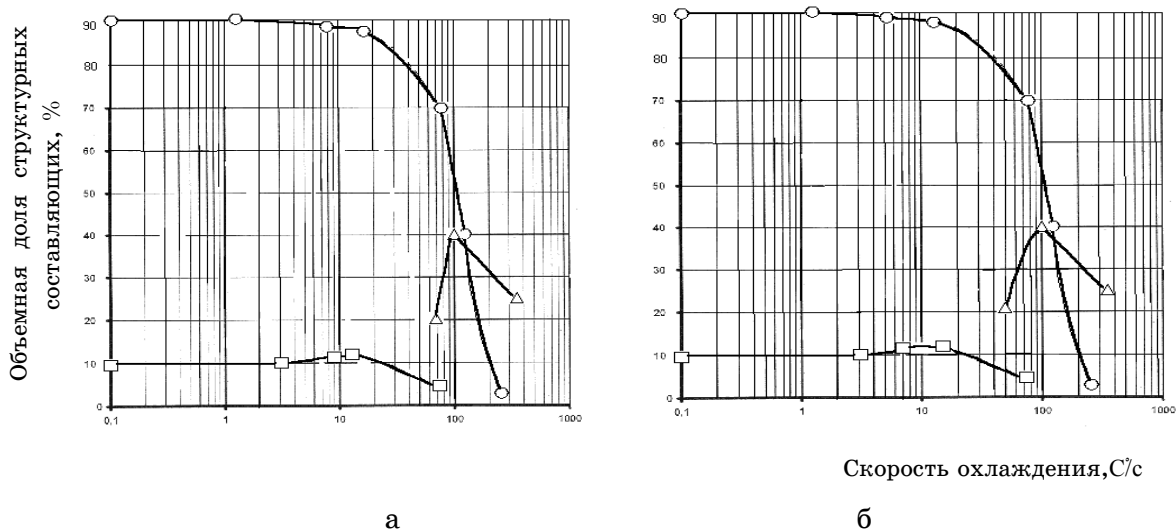


Рисунок 2 - Влияние скорости охлаждения на объемную долю структурных составляющих: а)сталь 10; б)сталь 15:  $\Delta$  - бейнит;  $\circ$  – феррит;  $\square$  – перлит

Необходимо отметить, что в последние десятилетия развиваются представления и методики количественного описания параметров структуры различных марок сталей. Авторами работ [13-17], предлагаются различные подходы и методы построения математических моделей изменения механических свойств стали при проведении ТО.

Расчет доли структурных составляющих [13] осуществляется с применением формулы Авраами, которая предполагает экспоненциальный вид исследуемой зависимости для низколегированных и низкоуглеродистых сталей. В работе [14] расчет времени перлитного превращения от температуры так же проводится по экспоненциальной зависимости. Однако в случае значительной нелинейности параметров экспоненциальная зависимость является приближенным описанием процесса. В качестве примера рассмотрим зависимости, описывающие структурные изменения в стали 10 (рис.3). Несложный анализ, выполненный при помощи табличного процессора EXCEL, показывает, что аппроксимация экспериментальной кривой в виде экспоненциальной зависимости, дает хорошее совпадение в некоторых узлах сетки, однако в критических точках (точках перегиба кривой) имеем большое расхождение данных, что приведет к значительной погрешности вычислений.

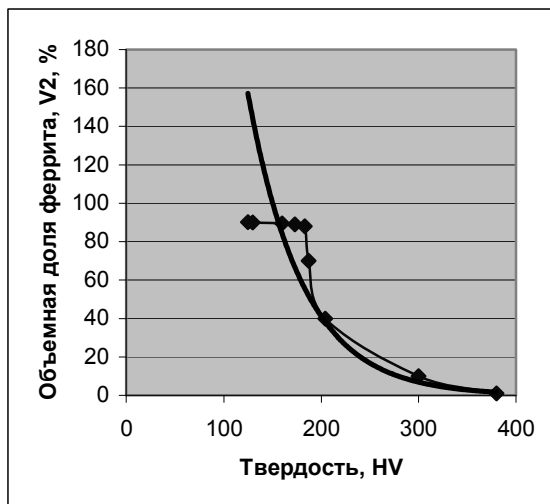


Рисунок 3 - Кривые соответствия твердости и ферритной составляющей структуры: —◆—экспериментальные данные; — расчетные данные по экспоненциальной зависимости.

В работе [13] при построении математической модели процесса фазового распада аустенита на феррит, перлит, бейнит применен метод множественного регрессионного анализа. Однако полученные уравнения описания кривых распада аустенита имеют коэффициенты множественной корреляции  $R=0,60-0,80$ . Такой разброс  $R$  и нижний его предел, говорит, о значительном влиянии химического состава стали и, поэтому, применимость предлагаемых уравнений для различных марок стали неоднозначно.

#### Основные принципы построения математических моделей

Для построения математических моделей выбора параметров процесса ТО воспользуемся термокинетическими диаграммами [18], на которых в координатах  $\log(T, \tau)$ , представлены кривые охлаждения с указанием твердости стали HV в единицах по Виккерсу, обозначив этот параметр через  $U$ . Обозначим начало образования и конец превращения феррита соответственно  $F_s$  и  $F_f$ , начало и окончание перлитного превращения  $P_s$  и  $P_f$ , начало и окончание бейнитного превращения  $B_s$  и  $B_f$ , а также начало и конец мартенситного превращения  $M_s$  и  $M_f$ . По ТКД для требуемой твердости стали выбираем соответствующую кривую изменения температуры, по которой определяем время начала  $\tau_{Fs}$  и окончания  $\tau_{Ff}$  процесса ферритного превращения. При этом после прохождения зоны превращения феррита будет известна его объемная доля в структуре  $V$ . Фазовый состав стали определяется в объемных долях  $V_i$  ( $i=1-5$ ), где  $V_1$  – объемная доля аустенита,  $V_2$  – феррита,  $V_3$  – перлита,  $V_4$  – бейнита,  $V_5$  – мартенсита. На каждом шаге превращения должно выполняться условие:

$$\sum_{i=1}^5 V_i = 1 .$$

Температурно- временные интервалы процесса охлаждения, в пределах которых выполнено построение математической модели, составили: температурный интервал – от  $A_{c1}$  до  $M_s$ , а временной – от 0,1 до 3000с.

Длительность ферритного превращения  $\tau_F$  определяли как разницу координат опорных точек начала и окончания процесса превращения:

$$\tau_F = S_K - S_N.$$

По полученным данным (обработано 10 ТКД) составлены таблицы соответствия экспериментальных данных и построены кривые соответствия:

- твердости  $U$  и доли феррита  $V_2$  (рис. 4);
- доли феррита  $V_2$  и длительности ферритного превращения  $\tau_F$  (рис. 5).

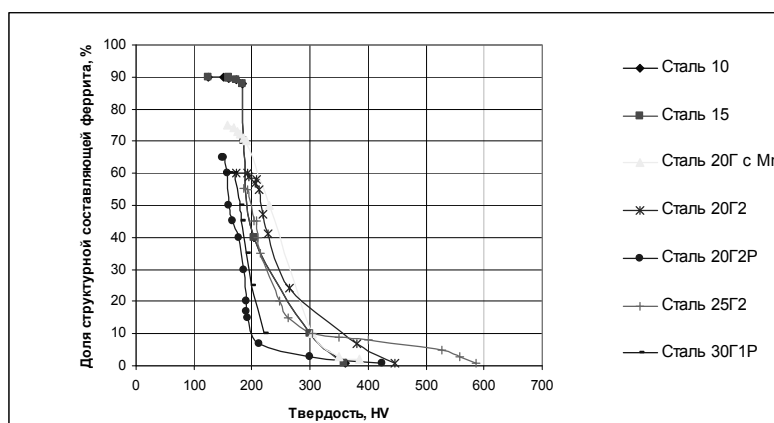


Рисунок 4 - Кривые соответствия твердости и объемной доли феррита углеродистых и низколегированных сталей

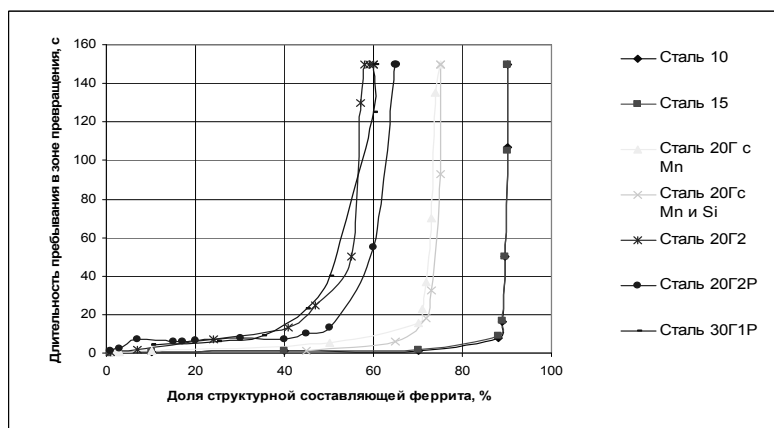


Рисунок 5 - Кривые соответствия доли ферритной составляющей и длительности ферритного превращения углеродистых и низколегированных сталей

Из представленных графиков видно, что кривые соответствия имеют значительную нелинейность. Применение этих зависимостей при моделировании требует как можно более точного их описания. Это достигается методами приближенного представления функций. Эта проблема возникает по двум причинам. Первая предполагает наличие аналитического, но трудно-выполнимого объекта, который следует заменить более простым, быть может, проиграв при этом в точности, но выиграв в экономичности. Вторая

причина состоит в том, что исходные данные дискретны, а задача может требовать некоторого функционального представления кривой. В этой связи, задача построения математической модели разбивается на два последовательных этапа:

- с применением математического аппарата методом интерполирования функций необходимо получить наилучшее приближение теоретических кривых с экспериментальными данными;

- окончательное построение модели параметров ТО.

В данной работе изложен I этап построения математической модели.

### Моделирование при помощи интерполяционных полиномов

Классический аппарат решения таких задач – теория полиномиальных и дробно-рациональных приближений [19]. Для решения задачи приближенного восстановления функции  $V_2(u)$  в произвольной точке  $u$  пользуются построением алгебраического многочлена  $L_n(u)$  степени  $n$ , который в точках  $u_i$  принимает заданные значения, т.е.

$$L_n(u) = V_2(u_i), \quad i=0,1,\dots,n. \quad (1)$$

Точки  $u_i$ , для  $i=0,1,2,\dots,n$ , являются узлами интерполяции.

Интерполяционный полином Ньютона, в основном, применяется в случае равноотстоящих узлов сетки. Поскольку рассматриваемые экспериментальные данные не отвечают указанному требованию, то полином Ньютона не приведет к построению адекватной модели.

Интерполирование функций, заданных в неравноотстоящих узлах сетки, производится при помощи интерполяционного полинома Лагранжа. Для выполнения необходимых расчетов сформулируем задачу математически. Пусть заданы дискретные значения твердости стали,  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$  и функциональные значения  $V_2(u)$  доли ферритной составляющей структуры с соответствующими значениями  $v_2_1, v_2_2, v_2_3, \dots, v_2_n$ . Необходимо построить интерполяционную функцию  $L_n(u_n)$ , причем такую, которая в указанных точках принимает те же значения, т.е.  $V_2(u_0) = L_0(u_0)$ ;  $V_2(u_1) = L_1(u_1)$ ;  $V_2(u_2) = L_2(u_2)$ ;  $V_2(u_3) = L_3(u_3), \dots, V_2(u_n) = L_n(u_n)$ . С точки зрения геометрической постановки задача означает, что необходимо построить кривую соответствия объемной доли феррита  $V_2$  от твердости  $U$ , которая будет проходить через систему заданных точек.

Математическое выражение (интерполяционный многочлен  $n$ -ой степени), удовлетворяющее условию (1) при  $n=1$  имеет вид:

$$L_1(u) = \frac{u - u_1}{u_0 - u_1} \cdot V_2_0 + \frac{u - u_0}{u_1 - u_0} \cdot V_2_1. \quad (2)$$

При  $n=2$  формула примет вид:

$$L_2(u) = \frac{(u - u_1) \cdot (u - u_2)}{(u_0 - u_1) \cdot (u_0 - u_2)} \cdot V_2_0 + \frac{(u - u_0) \cdot (u - u_2)}{(u_1 - u_0) \cdot (u_1 - u_2)} \cdot V_2_1 + \frac{(u - u_0) \cdot (u - u_1)}{(u_2 - u_0) \cdot (u_2 - u_1)} \cdot V_2_2. \quad (3)$$

В общем случае при любом натуральном  $n$  имеем



$$L_n(u) = \sum_{i=0}^n p_{ni}(u) * V2_i, \quad (4)$$

где

$$p_{ni}(u) = \frac{(u - u_0) \dots (u - u_{i-1}) \cdot (u - u_{i+1}) \dots (u - u_n)}{(u_i - u_0) \dots (u_i - u_{i-1}) \cdot (u_i - u_{i+1}) \dots (u_i - u_n)}, \quad (5)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, n.$$

При произвольном натуральном значении  $n$  функции (5) являются алгебраическими многочленами степени  $n$ . Следовательно, функция (4) также является многочленом степени  $n$ , причем поскольку  $p_{ni}(u_i) = 1$ , а  $p_{ni}(u_j) = 0$  при  $j \neq i, 0 \leq j \leq n$ , то выполняются требования (1).

В соответствие с приведенной методикой разработан алгоритм и составлена программа в среде VB EXCEL. Геометрическая интерпретация полученных результатов представлена на рис.6.

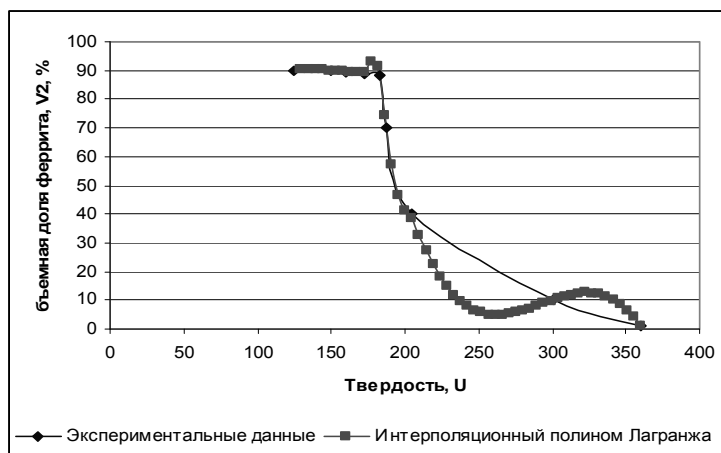


Рисунок 6 - Кривые соответствия твердости и ферритной составляющей структуры стали 10

Анализ полученных результатов показывает, что на гладких участках сетки полином дает хорошее совпадение с экспериментальными данными, однако в местах перегиба экспериментальной кривой появляются значительные расхождения фактических и расчетных данных. Причиной полученных результатов является, скорее всего, недостаточное количество экспериментально заданных точек. Поскольку количество экспериментальных данных ограничено, реализация метода приближения функции с применением интерполяционного многочлена Лагранжа для рассматриваемого типа данных не целесообразна.

#### Моделирование при помощи регрессионной модели

Очевидно, что для исследования применения регрессионных моделей, здесь необходимо использовать вариант собственно нелинейных регрессий. Для аналитического решения соответствующих математических моделей необходимо исследовать систему нелинейных уравнений. Однако, заметим, что в настоящее время нет универсальных методов решения нелинейных

уравнений. В этой связи на практике вопросы моделирования нелинейных регрессий выполняют, применяя соответствующие пакеты прикладных программ (ППП). В данной работе при помощи инструментов «Пакета анализа» MS EXCEL проведена аппроксимация экспериментальных кривых методом регрессионного анализа. Для демонстрации на рис. 7 представлена одна из исследуемых зависимостей - аппроксимирующая кривая в виде полинома третьей степени. Проведена серия соответствующих исследований. Для каждой из анализируемых зависимостей был проведен этап проверки адекватности математической модели. Применение F – статистики Фишера показал, что коэффициент детерминации статистически не значим. В этой связи становится очевидным, что применение регрессионных моделей для описания заданных зависимостей приведет к значительным погрешностям вычислений при разработке математической модели процесса ТО. Таким образом, применение классических вычислительных методов не приведет к желаемым результатам с точки зрения точности вычислений.

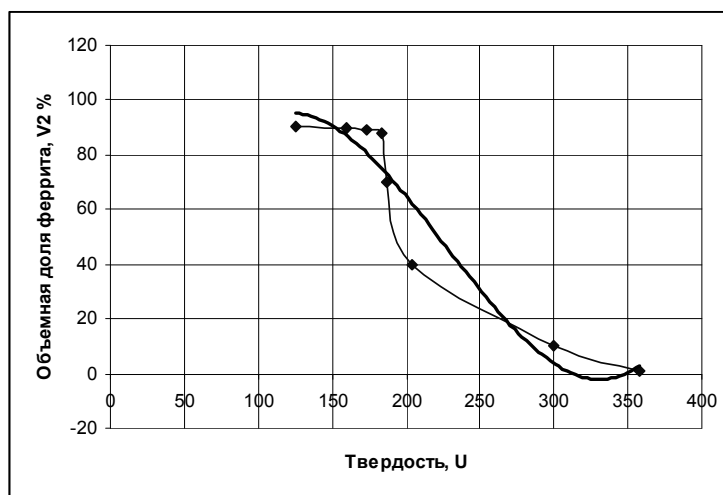


Рисунок 7 - Кривые соответствия твердости и ферритной составляющей структуры стали 10: ■ экспериментальные данные; — полином 3<sup>ей</sup> степени.

### Моделирование при помощи сплайн функций

Итак, для исследуемой системы данных, аппарат полиномиальных приближений мало пригоден для аппроксимации функций с конечной, притом небольшой, гладкостью. Это обстоятельство привело к необходимости решения задачи с применением сплайн функций [20]. В основе сплайн-интерполяции лежит следующий принцип. Интервал интерполяции разбивается на конечное число отрезков, на каждом из которых функция задается некоторым алгебраическим полиномом. Максимальная степень из использованных полиномов является степенью сплайна. Основным достоинством сплайн-интерполяции являются её устойчивость и малая трудоемкость. Системы линейных уравнений, которые требуется решать для построения сплайнов, очень хорошо обусловлены, что позволяет получать коэффициенты полиномов с высокой точностью.

На практике наиболее широкое распространение получили сплайны третьей степени (кубические сплайны) [21]. Общие для всей типов сплайнов третьего порядка требования – непрерывность функции и прохождение через предписанные ей точки. В нашем случае, кубический сплайн – это функция  $S(u)$ , которая:

- на каждом отрезке является полиномом третьей степени;
- имеет непрерывную производную;
- в точках  $u_i$  обеспечивает выполнение равенства  $S(u_i) = V_2(u_i)$ .

Сформулируем задачу математически. Требуется построить интерполирующую функцию  $S(u)$ , такую, что она принимает в указанных точках те же значения, т.е.  $S(u_0) = V_2(u_0)$ ,  $S(u_1) = V_2(u_1), \dots, S(u_n) = V_2(u_n)$ . В общей постановке кривая  $S(u)$  состоит из отдельных отрезков, а на каждом из частичных отрезков  $[u_{k-1}, u_k]$  функция  $S(u)$  является кубическим полиномом и на указанном отрезке имеет следующее выражение:

$$S_k(u) = a_k + b_k(u - u_k) + c_k(u - u_k)^2 + d_k(u - u_k)^3,$$

где

$$S = S_1 \text{ на интервале } [u_0, u_1];$$

$$S = S_2 \text{ на интервале } [u_1, u_2];$$

...

$$S = S_n \text{ на интервале } [u_{n-1}, u_n].$$

При этом, на каждом из отрезков  $[u_{k-1}, u_k]$  коэффициенты полинома  $a_k, b_k, c_k, d_k$  разные. Для определения этих коэффициентов накладываем условия непрерывности функции, а именно непрерывности первой и второй производной функции  $S(u)$ , а также равенства вторых производных функции на концах отрезка  $[u_0, u_n]$ , т.е.

$$S_{k-1}(u_{k-1}) = S_k(u_{k-1}),$$

$$S'_{k-1}(u_{k-1}) = S'_k(u_{k-1}),$$

$$S''_{k-1}(u_{k-1}) = S''_k(u_{k-1}),$$

При  $k=2,3,\dots,n$ .

$$S''(u_0) = 0, \quad S''(u_n) = 0$$

Найдем выражения для производных функции  $S_k$

$$S'_k(u) = b_k + 2 c_k (u - u_k) + 3 d_k (u - u_k)^2,$$

$$S''_k(u) = 2 c_k + 6 d_k (u - u_k).$$

Введём обозначения:

$$h_k = u_k - u_{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

$$I_k = \frac{(v_2^k - v_2^{k-1})}{h_k}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \text{ а также } c_0 = 0.$$

Подставив выражения для производных функции  $S_k$  в условия непрерывности, получим систему:

$$a_1 - b_1 h_1 + c_1 h_1^2 - d_1 h_1^3 = v_2^0,$$

$$a_k = v_2^k, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n,$$

$$a_{k-1} = a_k - b_k h_k + c_k h_k^2 - d_k h_k^3, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n,$$

$$b_{k-1} = b_k - 2c_k h_k + 3d_k h_k^2, \quad k = 2, 3, \dots, n,$$

$$c_{k-1} = c_k - 3d_k h_k, \quad k = 2, 3, \dots, n,$$

$$c_1 - 3d_1 h_1 = 0$$

$$c_n = 0.$$

Вычисления коэффициентов  $c_k$ ,  $b_k$ ,  $d_k$  проводится с помощью метода прогонки. Для этого введем прогоночные коэффициенты:

$$\delta_1 = -\frac{h_2}{2 \cdot (h_1 + h_2)},$$

$$\lambda_1 = \frac{3 \cdot (I_2 - I_1)}{2 \cdot (h_1 + h_2)},$$

$$\delta_{k-1} = -\frac{h_k}{2 \cdot h_{k-1} + 2 \cdot h_k + h_{k-1} \cdot \delta_{k-2}}, k = 3, 4, \dots, n,$$

$$\lambda_{k-1} = \frac{3 \cdot I_k - 3 \cdot I_{k-1} - h_{k-1} \cdot \lambda_{k-2}}{2 \cdot h_{k-1} + 2 \cdot h_k + h_{k-1} \cdot \delta_{k-2}}.$$

Далее определяем коэффициент  $c_k$  по формулам обратной прогонки

$$c_{k-1} = \delta_{k-1} \cdot c_k + \lambda_{k-1}, k = n, n-1, n-2, \dots, 2,$$

после чего находим  $b_k$ ,  $d_k$  по следующим формулам:

$$b_k = I_k + \frac{2 \cdot c_k \cdot h_k + h_k \cdot c_{k-1}}{3}, k = 1, 2, \dots, n,$$

$$d_k = \frac{c_k - c_{k-1}}{3 \cdot h_k}, k = 2, \dots, n.$$

Разработанный алгоритм реализован в виде программы на языке С. Анализ полученной математической модели и ее геометрическая интерпретация, приведенная на рис. 8, подтверждает хорошее совпадение экспериментальных и теоретических данных.

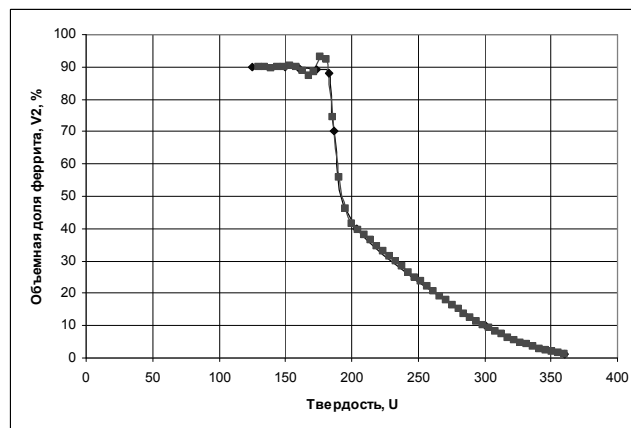


Рисунок 8 - Кривые соответствия твердости и ферритной составляющей структуры стали 10:  $\blacklozenge$  экспериментальные данные;  $\blacksquare$  кубическая сплайн функция

Вычислительный эксперимент. Для проведения вычислительных экспериментов разработан ППП «ТОМ». ППП реализует первый этап построения математической модели.

В качестве примера, приведем расчет характеристик процесса термообработки стали 10. В главном меню системы в поле «марка стали» выби-

рается требуемая марка стали. В данном примере (рис. 9,а) была выбрана сталь 10. Кроме того, главное меню системы предусматривает указание характера сплайн – интерполяции. ППП реализует несколько способов сплайн – интерполяции. В данном случае характер сплайн – интерполяции кубический (рис. 9,б).

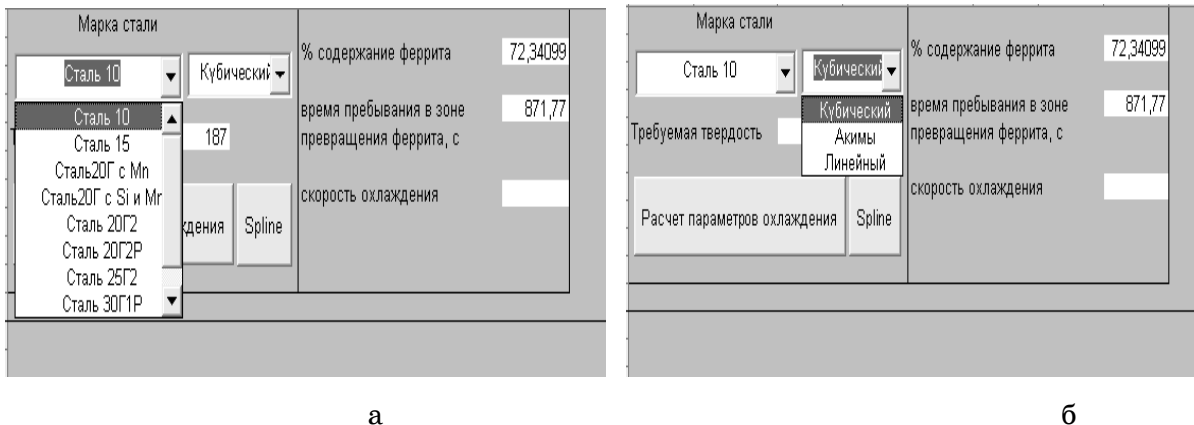


Рисунок 9 - Ввод исходных данных: а) выбор марки стали; б) выбор вида сплайн – интерполяции.

После обращения к кнопке “Spline”, осуществляется процесс расчета доли ферритной составляющей структуры металла по заданной твердости стали (рис. 10). Кроме аналитической процедуры обработки данных методом сплайн – интерполяции разработанный ППП позволяет формировать требуемые графические зависимости.

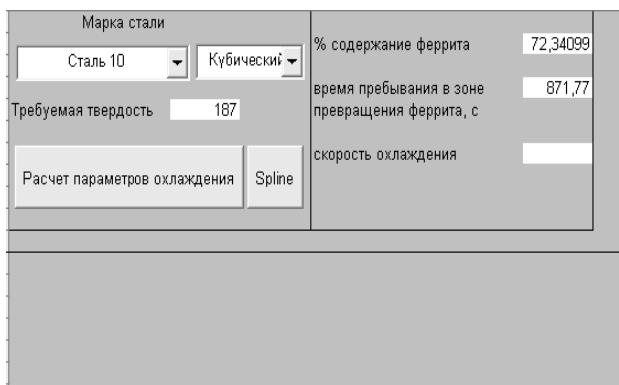


Рисунок 10 - Информация о расчетных характеристиках процесса ТО

Второй этап построения математической модели в данном ППП предусматривает расчет скорости охлаждения, обеспечивающей получение требуемых свойств заданной марки стали.

### Выводы и перспективы дальнейших исследований

1. Представлен вариант математического описания кинетики распада переохлажденного аустенита, с учетом особенностей скоростных режимов сфероидизирующей обработки стали. Выбор параметров режима ТО углеродистых и низколегированных сталей осуществляется на основе разработки соответствующих математических моделей.

2. Математическое описание выбора параметров режима ТО сталей выполнялось на основе применения трех подходов: регрессионных моделей, интерполяционных моделей и формирование математических моделей при помощи сплайн функций. Наиболее удачным является вариант моделирования при помощи сплайн функций третьего порядка.

3. Разработан ППП «ТОМ», который позволяет определять параметры режима ТО для получения требуемых характеристик обрабатываемой стали.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. И.Е. Долженков, И.И. Долженков. Сфероидизация карбидов в стали. - М.: Металлургия, 1984.- 143 с.
2. Федюкин В.К., Смагоринский М.Е. Термоциклическая обработка металлов и деталей машин. - Л.: Машиностроение, 1981. – 255с.: ил.
3. Бобылев М.В., Гринберг В.Е., Закиров Д.М., Лавриненко Ю.А. Подготовка структуры при электротермообработке сталей, применяемых для высадки высокопрочных крепежных изделий // Сталь.- 1996.- № 11.-С 54 -60.
4. Парусов В.В., Жукова С.Ю., Евсюков М.Ф. и др. Кинетика фазовых превращений в катанке из непрерывнолитой электростали Св-08Г2С при непрерывном охлаждении // Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии. Сб. научн. трудов ИЧМ НАНУ.- Днепропетровск: Визион, 2004.- Вып. 9.- С.191-197.
5. Хасин Г.А., Дианов А.И., Попова Т.Н. и др. Электротермическая обработка и тёплое волочение стали.- М.: Металлургия, 1984.- 152 с.
6. Кидин И.Н. Фазовые превращения при ускоренном нагреве стали.- М.: Металлургия, 1957.- 280с.
7. Кидин И.Н. Физические основы электротермической обработки металлов и сплавов.- М.: Металлургия, 1969.- 375 с.
8. Колпак В.П., Соболенко М.А., Кокашинская Г.В. Разработка скоростных режимов сфероидизирующей обработки борсодержащей стали // ОТТОМ-08. 2007. Т.2.
9. Колпак В.П., Соболенко М.А., Кокашинская Г.В., Мачуская Н.Д. Исследование кинетики распада недеформированного переохлажденного аустенита при непрерывном охлаждении стали 30Г1Р.// Новости науки Приднпровья. 2006.- №5.- с.48-52.
10. Бобылев М.В., Закиров Д.М., Лавриненко Ю.А. Оптимизация режимов отжига с индукционным нагревом сталей 20Г2Р и 38ХГНМ// Сталь. 1999.- №4.- С.67-70
11. Бобылев М.В., Гончарук Е.И., Лехтман А.А., Майстренко В.В. Качество сортового проката из термоулучшаемой стали 20Г2Р производства ОАО ОЭМК // Сталь.2002.- №11.- С.63-67.
12. Колпак В.П., Лещенко А.Н., Чинокалов В.Я. и др. Влияние скорости охлаждения на структуру и свойства стали 20Г2Р // Известия ВУЗов. Черная металлургия.- 1995.- № 2.- С.54-56.
13. Ноговицын А.В. и др. Математическое описание закономерностей превращения аустенита в изотермических условиях в низкоуглеродистых и низколегированных сталях // Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии. Сб. науч. тр. НАН Украины.-Киев: Наук. думка. 1999.-С.285-291.

14. Чернишов А.П. Формирование структуры и свойств при охлаждении рулонов горячекатаных полос // Автореферат дис. канд. наук. – Липецк: 1991. – 20 с.
15. Швачич Г.Г., Колпак В.П., Соболенко М.А. Математическое моделирование скоростных режимов термической обработки длинномерных изделий // Теория и практика металлургии.-2007.-№ 4-5.- С.61-67.
16. Ivaschenko V.P., Shvachych G.G., Sobolenko M.A. Mathematical design of the task of speed mode heat treatment of lengthy product // IV International Conference “Strategy of Quality in Industry and Education”.- May 30 –June 6, 2008, Varna, Bulgaria . – Proceedings. Volume 1. – P. 257-261.
17. Гринберг Е.М., Архангельский С.И., Ларичева Г.Г. и др. Влияние технологических параметров обработки на механические свойства борсодержащих сталей для холодной объемной штамповки// Митом.- 1995.-№ 9.- С.7-10.
18. Попов А.А., Попова А.Е. Изотермические и термокинетические диаграммы распада переохлажденного аустенита. Справочник термиста. М.- Свердловск.: Машгиз, 1961.- 431с.
19. Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. Численные методы анализа.- М.: Госиздат.1963.- 400 с., ил.
20. В. А. Василенко. Сплайн-функции: теория, алгоритмы, программы.- Новосибирск: Наука, 1983.- 214 с., ил.
21. Волков Е.А. Численные методы. Учебное пособие.- М.: Наука.1982. – 256с.